

[研究·设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2014.06.004

三足离心机振动模型的建立

仇庆章, 陈海卫, 安伟, 吴晓庆

(江南大学机械工程学院, 江苏无锡 214122)

摘要:三足离心机被广泛用来分离固体和液体的混合物,其工作转速一般在2 000 r/min,但是对于颗粒更细的混合液的离心效果不是很好。文章分析离心机组成结构,对分部件分类描述,并推导出相应的动能描述形式。进而在分析悬挂力的基础上,应用第二类Lagrange方程,建立了离心机的动力学模型。在此基础上,采用四阶Runge—Kutta求解整机的运动轨迹,并验证了该动力学模型的正确性。从而为三足离心机减振抑噪的进一步研究提供了理论依据。

关键词:三足离心机;振动;Lagrange方程;动态特性

中图分类号:TQ051

文献标志码:A

文章编号:1005-2895(2014)06-0017-04

Vibration Model of Three-Foot Centrifuge

QIU Qingzhang, CHEN Haiwei, AN Wei, WU Xiaoping

(School of Mechanical Engineering, Jiangnan University, Wuxi, Jiangsu 214122, China)

Abstract: Three-foot centrifuge is widely used for separation of mixture of solid and liquid, its operating speed is only about 2 000 r/min. However, the solid is finer, the centrifugal outcome is not desirable. To establish the vibration model of three-foot centrifuge, the structure of three-foot centrifuge was analyzed at first, and its components were classified and formulated into different kinds. Then, the suspension forces were analyzed with the help of Lagrange equation, the vibration model of three-foot centrifuge was developed. And the Runge-Kutta method was employed to solve the vibration model, besides, the dynamic model was verified. This paper provides a theoretical foundation on the further study of the reduce of vibration and noise of three-foot centrifuge.

Key words: three-foot centrifuge; vibration; Lagrange equation; dynamic analysis

三足悬摆式离心机因底部采用3根柱脚支撑而得名,该类离心机被广泛应用于纺织、印染、化工、医药、食品等行业,常用于脱水、浓缩、分离、澄清、净化及固体颗粒分级等工艺过程。

众所周知,阻尼摆的运动具有不稳定性,这也约束了三足离心机构的最大工作转速。目前,该类离心机最大转速一般不超过2 000 r/min,属低速离心设备,从而大大限制了该类离心机的离心效果与应用场合。对于一般的固、液分离过程来说,其所需的转速通常在3 000 r/min左右,而对于颗粒更细,密度差更小的混合液则需要更高的转速,这也限制了三足离心机的应用。因而,如何提高现有三足离心机构的工作转速已成为了众多生产厂家关注的焦点,这也成为了制约该

类产品发展的技术瓶颈问题。

王俊山等^[1-2]用有限元分析软件对离心机转鼓进行了应力分析,找出了危险点所在的部位,通过对危险点所在的部位进行局布加强,并用有限元分析软件进行了应力计算和校核。张威等^[3-4]对三足离心机进行了局部改进和再开发。Bagepalli^[5]在4自由度模型的基础上,研究了底部支撑式竖直轴摆式悬挂转子的力学特性,并讨论了悬挂系统的2种安装结构:非移动固定节点结构和自由移动节点结构。Turkay等^[6]建立了滚筒洗衣机的动力学模型,并在考虑转子振动和外壳走动的情况下,讨论了悬挂系统的不同优化公式。一直以来,国内外对现有三足离心机构转鼓的有限元仿真、局部结构的改进和在工业生产中的应用等比较

收稿日期:2014-05-26;修回日期:2014-06-21

基金项目:中国博士后科学基金资助(2013M531271);国家自然科学基金项目(51205166)

作者简介:仇庆章(1989),男,江苏盐城人,硕士,主要研究方向为机械设计与动力学仿真。E-mail:15106178317@163.com

多,而对三足离心机动态特性的研究不多,特别是减振抑噪方面的研究。

建立了三足离心机的振动模型,采用数值仿真的方法求解得到了各个广义坐标随时间变化的特点,分析了其动态特性,验证了该动力学模型的正确性。

1 三足离心机整机机构分析

1.1 三足离心机整机结构

如图1,三足离心机结构主要由3部分组成^[7]:①工作单元,包括转鼓、大盘、电机和传动装置。转鼓与大盘通过轴承连接,电机通过三角带与转鼓相连。②悬挂系统,由3根金属摆杆、减振弹簧和球副等组成。工作单元通过悬挂系统挂于3个柱脚内。③底座系统,由配重底座、3个柱脚和外壳等组成。用于支撑和封闭转鼓系统。

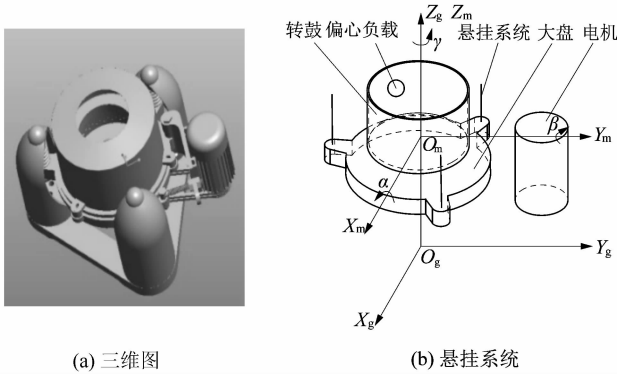


图1 三足离心机结构简图

Figure 1 Structure diagrams of three-foot centrifuge

1.2 坐标系的建立

本文着重讨论工作单元的振动情况。建立图1(b)所示的两坐标系^[8]:世界坐标系 $X_g Y_g Z_g$ 固结于三角底盘的中心,原点位于 O_g ;动坐标系 $X_m Y_m Z_m$ 固结于大盘,原点为位于大盘质心 O_m ,动坐标系用于描述转鼓和偏心负载的运动。

考虑离心机工作时转鼓的振动,转鼓和偏心负载除随动系运动外,还相对于动系 Z_m 轴转动,其中转鼓和偏心负载绕 Z_m 轴的相对转动可由离心机转鼓启动角速度函数 $\omega(t)$ 确定。这样,转鼓的振动可用6个广义自由度来描述,即沿静系3个方向的移动 x, y, z 和绕静系三轴的转动 α, β 及 γ 。

2 悬挂系统受力分析

如图2所示,三足离心机悬挂系统由3根吊杆组成,每个吊杆由金属摆杆、减振弹簧、球副等构成。每个摆杆都通过上下球副连接柱脚和大盘,中间采用减振弹簧对两端的球副进行预紧。

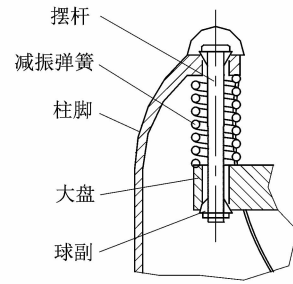


图2 悬挂系统结构简图

Figure 2 Structure diagram of suspension system

以任意吊杆为例,设其上悬挂点为 P , P 在世界坐标系 $X_g Y_g Z_g$ 下的位置矢量为 S_u , 这里 S_u 为定值。设吊杆底端悬挂点为 O , 则其在动系 $X_m Y_m Z_m$ 下的相对坐标为 r_d , 点 O 在世界坐标系下的位置矢量为

$$S_d = X + A^{gm} r_d \quad (1)$$

式中: $X = [x \ y \ z]^T$, A^{gm} 为动坐标系 $X_m Y_m Z_m$ 与世界坐标系之间的转换矩阵。对(1)式求导得 O 点处的速度矢量

$$v = \dot{S}_d = \dot{X} - A^{gm} \omega_m r_d = \dot{X} - A^{gm} r_d B \dot{\varphi} \quad (2)$$

式中: ω_m 为刚体的角速度矢量(在 $X_m Y_m Z_m$ 下描述), 布里恩导数阵 $\dot{\varphi} = [\dot{\alpha} \ \dot{\beta} \ \dot{\gamma}]^T$, B 为 $\dot{\varphi}$ 与刚体角速度矢量 ω_m 间的转换矩阵。令

$$d = S_u - S_d = S_u - X - A^{gm} r_d \quad (3)$$

$$t = d \times v \quad (4)$$

引入下面3个方向矢量

$$e_1 = d / |d| \quad (5)$$

$$e_3 = t / |t| \quad (6)$$

$$e_2 = e_3 \times e_1 \quad (7)$$

以这3个方向单位矢量为基础,可在底端悬挂点 O 处建立局部坐标系 $e_1 - e_2 - e_3$ 。下面具体讨论吊杆的受力情况,见图3。

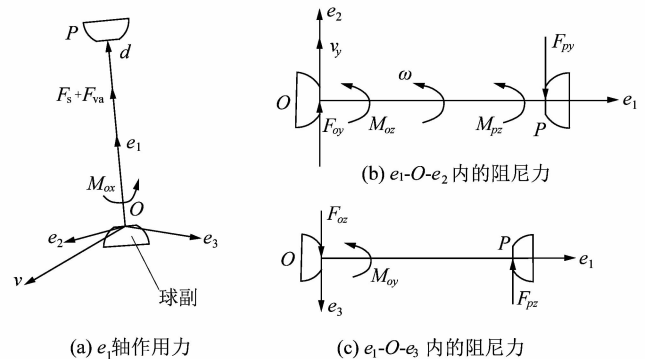


图3 吊杆的受力分析

Figure 3 Analysis of stress of suspenders

2.1 吊杆轴向作用力

吊杆沿 e_1 轴的作用力主要由减振弹簧的作用力和金属摆杆的轴向阻尼力组成。吊杆在 O 点受到的作用力可描述为

$$F_s = \begin{cases} k_1(|d| - l_0) - F_0 & |d| \geq l_0 \\ k_2(|d| - l_0) - F_0 & |d| < l_0 \end{cases} \quad (8)$$

式中: k_1 为金属摆杆的刚度系数,且 $k_1 = EA/|d|$, 其中 E 为弹性模量, A 为摆杆的横截面积, k_2 为减振弹簧的刚度, l_0 为摆杆的原长, F_0 为减振弹簧的预紧力。吊杆在 O 点处受到的轴向阻尼力为

$$F_{va} = -C_a(-v \cdot e_1) = C_a(v \cdot e_1) \quad (9)$$

则吊杆在 O 受到的总的轴向力为

$$F_a = F_s + F_{va} \quad (10)$$

2.2 e_1 - O - e_2 面内的切向阻尼力

吊杆在该平面的作用力主要由大盘和吊杆的旋转运动引起的。首先计算吊杆角速度。如图 3(b) 所示。

设球副处为粘性阻尼,吊杆在球副 P 处收到的作用力偶可描述为

$$M_{pz} = \begin{cases} -C_p\omega & F_a > 0 \\ 0 & F_a \leq 0 \end{cases} \quad (11)$$

式中: C_p 为球副 P 处的阻尼系数, $\omega = -v_y/|d|$ 。大盘的角速度在世界坐标系 $X_g Y_g Z_g$ 中表达式为

$$\omega_r = A^{gm} \omega_m = A^{gm} B \dot{\phi} \quad (12)$$

则吊杆在球副 O 处受到的阻尼力偶为

$$M_{oz} = \begin{cases} -C_{oz}(\omega - \omega_r \cdot e_3) & F_a > 0 \\ 0 & F_a \leq 0 \end{cases} \quad (13)$$

式中: C_{oz} 为球副处绕 e_3 轴的阻尼系数。考虑到 e_1 - O - e_2 面内的力偶平衡

$$M_{pz} + M_{oz} - F_{oy}|d| = 0 \quad (14)$$

得球副 O 处受到的沿 e_2 方向的作用力

$$F_{oy} = \frac{M_{pz} + M_{oz}}{|d|} \quad (15)$$

2.3 e_3 - O - e_1 面内的切向阻尼力

由于吊杆在该平面内的角速度为 0, 该平面内的阻尼力主要由大盘的旋转引起的。如图 3(c), 球副 O 处受到的绕 e_2 轴的力偶为

$$M_{oy} = \begin{cases} C_{oy}(\omega_r \cdot e_2) & F_a > 0 \\ 0 & F_a \leq 0 \end{cases} \quad (16)$$

式中: C_{oy} 为球副 O 处绕 e_2 轴的阻尼系数。由 e_3 - O - e_1 面内的力偶平衡, 解得 O 沿 e_3 方向的受力为

$$F_{oz}|d| + M_{oy} = 0 \quad (17)$$

得球副 O 处受到的沿 e_3 方向的作用力

$$F_{oz} = \frac{M_{oy}}{|d|} \quad (18)$$

2.4 e_2 - O - e_3 面内的切向阻尼力

吊杆在球副 O 处受到的绕 e_1 轴的力偶为

$$M_{ox} = \begin{cases} C_{ox}(\omega_r \cdot e_1) \\ 0 \end{cases} \quad (19)$$

式中: C_{ox} 为球副 O 处绕 e_1 轴的阻尼系数。

2.5 悬挂系统广义力

考虑到式(13), (16), (19)并考虑到各个力偶的方向矢量, 吊杆在球副 O 处受到的作用力偶为

$$M_o = M_{ox}e_1 + M_{oy}e_2 + M_{oz}e_3 \quad (20)$$

考虑到球副 O 处受到的作用力为

$$F_o = (F_s + F_{va})e_1 + F_{oy}e_2 + F_{oz}e_3 \quad (21)$$

考虑到球副 O 处的受力平衡, 动系在 O 处受到的作用力偶为 $-M_o$, 作用力为 $-F_o$ 。

该吊杆提供的广义力

$$Q_1 = - \left[\begin{matrix} F_o \\ (A^{gm}B)^T (M_o + A^{gm}r_d F_o) \end{matrix} \right] \quad (22)$$

将 3 根吊杆总体作用力相加可得悬挂系统的广义力为

$$Q = \sum_{i=1}^3 Q_i = - \left[\begin{matrix} \sum_{i=1}^3 F_{oi} \\ (A^{gm}B)^T \sum_{i=1}^3 (M_{oi} + A^{gm}r_{di} F_{oi}) \end{matrix} \right] \quad (23)$$

3 振动方程的建立

为了方便研究离心机的振动情况, 文中讨论离心机的稳定阶段的工作情况, 即此刻电机的转速 $\omega(t)$ 为定值, 则电机的转角 θ_m 为 $\omega(t) \cdot t$, 故转鼓的转角为电机转角的 k 倍。此时系统的总动能可描述为^[9]

$$T = \sum_{i=1}^n T_i \quad (24)$$

其中 T_i 为各个刚体的动能。

系统总体的重力势能可描述为

$$V_g = \sum_{i=1}^n [m_i g(z_u + A_3^{gm} r_i)] \quad (25)$$

考虑到 $\theta_m(t)$ 已确定, 将式(23), (24) 和(25)代入到第二类 Lagrange 方程^[10], 得到

$$M\ddot{q} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial M}{\partial q} \dot{q} \right]^T \dot{q} - \dot{M}\dot{q} + F(\dot{\theta}_m, \ddot{\theta}_m) + Q + f_g \quad (26)$$

式中: M 为 6×6 的质量矩阵, $\dot{q} = [x \ y \ z \ \alpha \ \beta \ \gamma]^T$, m_i 为第 i 个刚体的质量, z_u 为动系 $X_m Y_m Z_m$ 与世界坐标系 $X_g Y_g Z_g$ 的高度差, r_i 为第 i 个刚体的位置矢量,

$f_g = \partial V_g / \partial q$, $F(\dot{\theta}_m, \ddot{\theta}_m)$ 为含 $\dot{\theta}_m$ 和 $\ddot{\theta}_m$ 项的总式。

4 振动微分方程的求解

建立某型号三足离心机的振动模型, 设偏心负载质量 m_u 为 1 kg, 偏心距 R_u 为 0.1 m。在系统稳定转速为 146 rad/s 的情况下, 采用四阶 Runge-Kutta 对式 (26) 迭代求解, 仿真结果如图 4~6 所示。

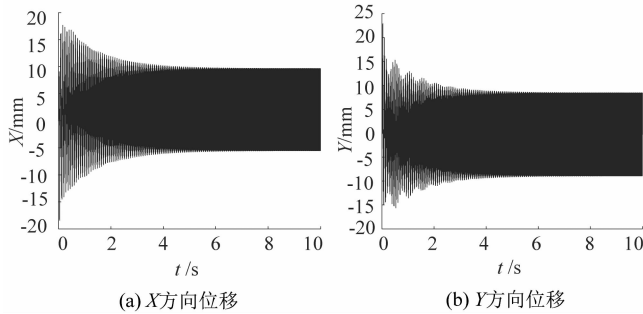


图4 动系 X 和 Y 坐标随时间的变化曲线
Figure 4 Curves of dynamic X and Y coordinates change with time

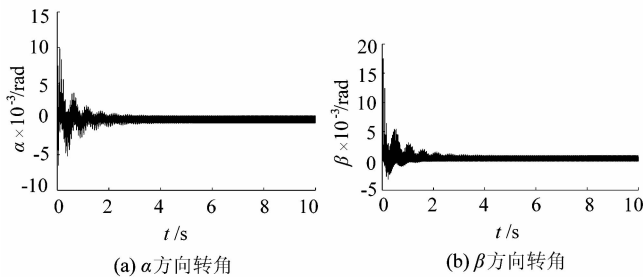


图5 转角 α 和 β 坐标随时间的变化曲线
Figure 5 Curves of α and β angle coordinates change with time

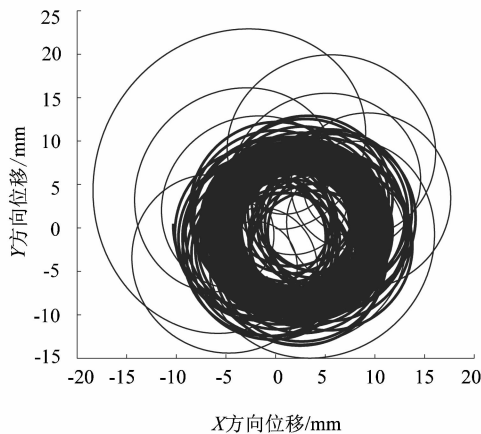


图6 XY 面内的轨迹投影
Figure 6 Trajectory projection on XY plane

由图 4 和图 5 可知, 在刚启动阶段, 离心机有瞬间“晃动”现象, 此时 x, y, α 和 β 方向上的振幅比较大, 但是随着时间的推移, 它们的振幅逐渐减小, 最后达到稳定状态。

如图 6 所示, 经过一段时间稳定后, 系统运动轨迹在 XY 面上的投影趋于一个圆。经过计算, 该圆半径

$$r \approx \frac{R_u m_u}{m_T} = \frac{0.1 \times 1}{30} \approx 0.0033 \text{ m}$$

式中 m_T 为系统总体质量, $m_T = 30 \text{ kg}$ 。可见 r 的大小约为系统的总体偏心距。

5 结语

本文首先简要描述三足离心机的机械结构, 对各部件分类建模, 得出了三足离心机两类刚体的动能描述形式, 应用 Lagrange 方程建立了其振动方程, 并通过数值仿真方法得到了其运动规律。

本文所建的动态模型可以很好地描述离心机从启动到稳定工作的全过程, 对离心机减振抑噪的设计具有很好的参考价值。在下一步工作中, 将探讨平衡球对其振动的影响作用, 对离心机振动问题进行深入的探讨。

参考文献:

- [1] 王俊山. 离心机转鼓有限元应力分析[J]. 机械设计与制造, 2006(3): 96-97.
- [2] 谭蔚, 张秀娟, 朱企新. 有限元应力分析与加强箍设计[J]. 过滤与分离, 2001, 11(4): 19-20.
- [3] 张威, 高云. 对三足式下部卸料离心机的再开发[J]. 过滤与分离, 2000, 10(2): 29-31.
- [4] 张姚先, 刘小宁. 三足式离心机排气装置的改进[J]. 化工设计通讯, 2003, 29(4): 49-51.
- [5] BAGEPALLI B S. Dynamic modeling of washing machine suspension systems[C]//11th Biannual Conference of Mechanical Vibrations and Noise. New York: ASME, 1987: 13-18.
- [6] TURKAY O S, SUNMER I T, TUGCU A K. Modeling and dynamic analysis of system of a front loaded washing machine [C]//Proceedings of the ASME on Advances in Design Automation. New York: ASME, 2002: 383-390.
- [7] 王志伟, 吴惠盟. 顶装式洗衣机动态特性分析及其仿真[J]. 中国机械工程, 2002, 13(23): 2033-2035.
- [8] 魏玉东, 岳立喜, 高建, 等. 滚筒洗衣机动力学建模及其平衡器设计[J]. 天津大学学报, 2008, 41(10): 1225-1232.
- [9] 陈海卫, 付素芳, 张秋菊, 等. 波轮式全自动洗衣机振动模型的建立[J]. 振动与冲击, 2008, 27(1): 159-162.
- [10] 陈海卫, 张秋菊, 苏高峰. 波轮式全自动洗衣机摆动问题的探讨[J]. 振动与冲击, 2009, 28(4): 188-193.