

[新设备·新材料·新方法]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2014.06.017

机械臂非线性定位方程计算新方法

丁大民¹, 邓琛^{1*}, 张琴舜², 王朝斌¹

(1. 上海工程技术大学 电子电气工程学院, 上海 201620;
2. 上海交通大学 核科学与工程学院, 上海 200240)

摘要:针对机械臂定位算法中,数值算法计算量大,仿真过程存在累积误差,几何算法通用性不强等问题,以手术机器人六自由度机械臂为研究对象,建立了一组多关节机械臂非线性定位方程组,提出了其基于非线性大范围渐近稳定的求解方法。结果表明该方法既简化运算,又有利于物理实现,为机械臂高速、准确运动提供了基础,实验表明该算法适用多关节的移动机械臂的非线性定位方程的求解,有较高的求解精度和收敛速度。

关键词:机械臂;非线性方程;定位;李雅普诺夫大范围渐近稳定原理

中图分类号:TP271

文献标志码:A

文章编号:1005-2895(2014)06-0066-04

New Method to Calculate the Nonlinear Location Equations on Manipulator

DING Damin¹, DENG Chen^{1*}, ZHANG Qinshun², WANG Chaobin¹

(1. School of Electric and Electronic Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China;
2. School of Nuclear Science and Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: This paper built a multi-joint manipulators model with a set of nonlinear location equations on a 6-DOF surgical robot. Further, it presented a calculation method of these nonlinear location equations based on Lyapunov stability theorem. With this method the operation of nonlinear location equations was simplified and simulated easily, which was benefit for high-speed manipulator. Experimental results show that the algorithm is suitable for solving multi-joint manipulators nonlinear location equations, and it has a higher accuracy and convergence speed.

Key words: manipulators; nonlinear equations; location; Lyapunov Stability Theorem

本文研究机械臂在三维空间直角坐标系下定位目标点坐标与各个支臂相关关节角之间转换的计算方法。对于全转动副的机械臂,目前大多数的计算方法采用 Denavit 和 HartenBerg 在 1995 年提出的一种建立在相对位姿的矩阵方法—D-H 参数法^[1],此方法是数值算法的代表,之后又出现不少相关优化算法^[2-3]。还有一种机械臂运动学几何求解方法^[4],该方法对机械臂的偏转角和位姿分析,采用运动学逆解的空间几何方法求解^[5]。

上述多种方法中,数值算法计算量大,存在累积误差,在实际机械臂定位控制中存在偏差,并且不利于算法的在线实时实现,无法保证算法收敛性。而几何算

法一般求解困难,通用性不强,难以适用一般性的机械臂运动控制。

本文针对手术机器人机械臂运动学特点,建立一个三维空间直角坐标系下定位目标点坐标与机械臂各个支臂相关关节角之间的转换方程组,利用李雅普诺夫大范围渐近稳定原理(Lyapunov stability theorem)保证算法快速收敛,求得最优解。本计算方法可以根据机械臂的精度与速度要求,综合控制算法的收敛精度,从而可以实现实时控制。

1 机械臂结构设计和运动学方程组的建立

针对机械臂的特点,建立一套简化的机械臂模型,该模型结构如图 1 所示。

收稿日期:2014-06-08;修回日期:2014-07-10

基金项目:国家自然科学基金项目(61201244)

作者简介:丁大民(1989),男,山东青岛人,硕士研究生,主要研究方向为嵌入式系统。E-mail:everddm@126.com

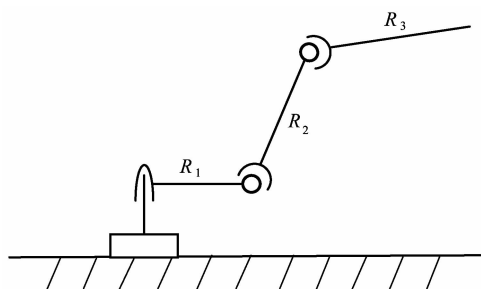


图1 机械臂结构简图

Figure 1 Manipulator structure diagram

其中最底部为基座, R_1 为第1支臂, 与底座之间由一个平面转动的电机连接, 其所实现的功能为转动, 使整个机械臂结构面向目标点的方向; R_2 为第2支臂, 与第1支臂 R_1 之间同样由电机连接, 所实现的功能为控制机械臂的高度和姿态; 如需更高自由度手臂, 还可以加入更多的支臂, $R_3, R_4, \dots$ 等等, 本文仅以三自由度为例。

在笛卡尔坐标系中, 以机械臂 R_1 为例, 设 R_1 与底座所在的坐标平面所形成角度为 θ_1 , 则有

$$\begin{cases} y_1 = R_1 \sin \theta_1 \\ x_1 = R_1 \cos \theta_1 \\ z_1 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

由此类推, 需定位的3个机械臂的目标点坐标依次为: $R_1(x_1, y_1, z_1), R_2(x_2, y_2, z_2), R_3(x_3, y_3, z_3)$, 机械臂各支臂参数如表1所示。

表1 机械臂各支臂参数

Table 1 Manipulator arm parameter

编号	偏转角范围/(°)	关节角	支臂长度
支臂1	-80 ~ 80	θ_1	R_1
支臂2	-30 ~ 90	θ_2	R_2
支臂3	30 ~ 130	θ_3	R_3

机械臂各支臂参数如图2所示。

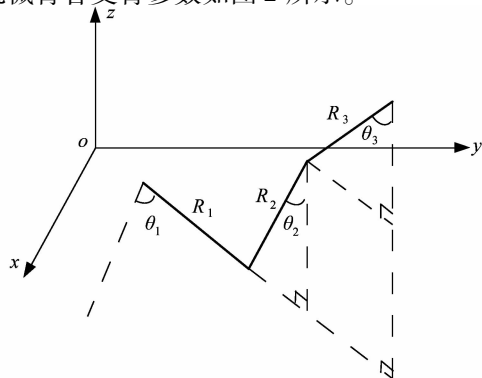


图2 机械臂参数示意图

Figure 2 Manipulator parameters schematic

根据图2可得出3个支臂终点坐标:

$$R_1 \text{ 为 } \begin{cases} z_1 = 0 \\ y_1 = R_1 \sin \theta_1, \\ x_1 = R_1 \cos \theta_1 \end{cases} \quad (2)$$

$$R_2 \text{ 为 } \begin{cases} z_2 = R_2 \cos \theta_2 \\ y_2 = \sin \theta_1 (R_1 + R_2 \sin \theta_2), \\ x_2 = \cos \theta_1 (R_1 + R_2 \sin \theta_2) \end{cases} \quad (3)$$

$$R_3 \text{ 为 } \begin{cases} z_3 = R_2 \cos \theta_2 + R_3 \cos \theta_3 \\ y_3 = \sin \theta_1 (R_1 + R_2 \sin \theta_2 + R_3 \sin \theta_3). \\ x_3 = \cos \theta_1 (R_1 + R_2 \sin \theta_2 + R_3 \sin \theta_3) \end{cases} \quad (4)$$

在机械臂运行中, 给定目标点坐标 (x_3, y_3, z_3) , 根据式(4)可以列出目标点坐标与各支臂相关关节角 θ 之间的关系如下^[6]

$$\begin{bmatrix} z_3 \\ y_3 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\cos \theta_2}{\sin \theta_2} & \frac{\cos \theta_3}{\sin \theta_3} \\ 1 & \sin \theta_1 & \sin \theta_1 \\ \frac{\cos \theta_1}{\sin \theta_1} & \cos \theta_1 & \cos \theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \sin \theta_1 \\ R_2 \sin \theta_2 \\ R_3 \sin \theta_3 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

本算法与常用的 D-H 参数法相比计算过程简化。但仍然是一个多变量非线性方程组, 在机械臂的实时定位控制中, 若使用常规的数值方法求解会产生较多问题, 本文给出求解该类非线性方程组的一种新方法。

2 非线性定位方程组的计算方法

在机械臂关节角所能达到的范围内, 随着 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 的变化, 机械臂末端点坐标 (x_3, y_3, z_3) 越来越逼近目标点的坐标。定位精度使用误差阈值加以控制。根据状态反馈动态解耦原理, 可将 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 和 x, y, z 对应反馈关系从9条缩减为3条, 根据李雅普诺夫大范围渐近稳定定理和系统解耦^[7], 将方程组(5)的求解过程用图3表示如下。

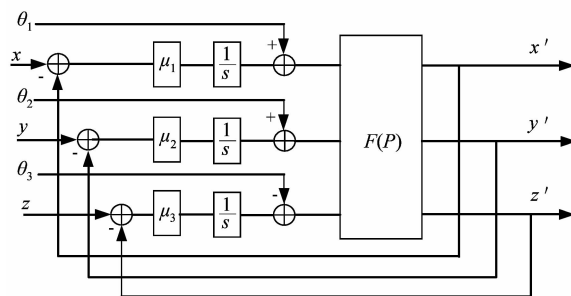


图3 方程组求解方法示意图

Figure 3 Schematic method for solving equations

其中 x, y, z 为要求的给定坐标, x', y', z' 为机械臂实际位置的反馈信号。 μ_1, μ_2, μ_3 为偏差反馈系数,

表2 仿真结果

Table 2 Simulation results

R_1/mm	关节角/(°)		R_2/mm	关节角/(°)		R_3/mm	关节角/(°)	
	初始点	目标点		初始点	目标点		初始点	目标点
20	21.802 20	-68.299 1	31.25	30.295 60	22.488 7	23.51	129.708 00	111.556 0
	63.437 30	-68.299 1		-17.849 00	22.488 7		30.518 50	111.556 0
	45.001 50	-68.299 1		-9.736 85	22.488 7		35.250 10	111.556 0
	45.000 70	-68.299 1		35.296 60	22.488 7		51.941 30	111.556 0
	44.897 40	-68.299 1		-1.790 02	22.488 7		93.445 00	111.556 0

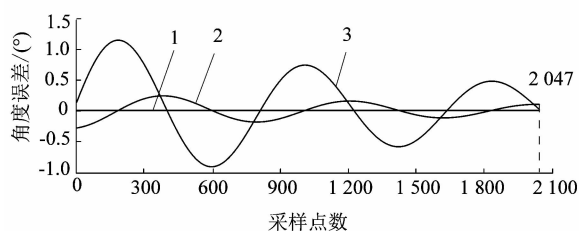


图5 机械臂支臂1,2,3实时关节角与跟踪目标点对应关节角的误差曲线

Figure 5 Difference curve of joints angle of manipulator arm1, arm2, arm3

综上所述,本文提出的一种新的机械臂非线性定位方程的计算方法在给定值域内求解速度快,精度高,效果比较理想,在机械臂控制方面可以做到实时运算和控制^[11]。

4 结语

本文构建了一种多关节机械臂非线性定位方程组,并针对此类非线性方程组,提出了一种基于李雅谱诺夫大范围渐近稳定原理的机械臂非线性定位方程的计算方法。仿真结果表明,该方法既简化了运算,又有利于物理实现,求解精度高,速度快,避免了数值运算方法存在的累积误差、不利于算法的在线实时实现等问题,并且通用性强,适用一般性的机械臂运动控制,为下一步研制手术机器人六自由度机械臂提供了理论

基础。

参考文献:

- [1] 蔡自兴. 机器人学[M]. 北京:清华大学出版社,2000.
- [2] WANG Xiaofeng, ZHANG Tie. A family of steffensen type methods with seventh-order convergence[J]. Numer. Algor, 2013, 62(3): 429-444.
- [3] 王晓峰,张铁. 一类求解非线性方程最优的8阶收敛迭代法[J]. 吉林大学学报, 2013, 51(4): 568-572.
- [4] 陈鹏,刘璐,余飞,等. 一种仿人机械臂的运动学逆解的几何求解方法[J]. 机器人, 2012, 34(2): 211-216.
- [5] 卢君宜,熊晓松,朱东. 五自由度采摘机械臂关节空间轨迹规划[J]. 轻工机械, 2013, 31(4): 11-14.
- [6] 康惠骏. 非线性系统理论[M]. 北京:机械工业出版社,2010.
- [7] 邓琛,张琴舜,翁弈浩. 现代控制理论在假肢技术中的应用[J]. 上海交通大学学报, 1996, 30(8): 96-98.
- [8] DAVYDOV O, SAEED A. Numerical solution of fully nonlinear elliptic equations by Böhmer's method[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2013, 254: 43-54.
- [9] DAI Chaoqing, WANG Yueyue. Notes on the equivalence of different variable separation approaches for nonlinear evolution equations [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2014, 19(1): 19-28.
- [10] 徐长发,王敏敏,王宁昊. 大范围求解非线性方程的加速迭代法[J]. 华中科技大学学报, 2006, 34(4): 122-124.
- [11] LIU Yamei, WANG Xia. A new family of seventh-order methods for solving non-linear equations [J]. Mathematics in Practice and Theory, 2011, 41(14): 239-245.

(上接第65页)

- [3] 向丹. 基于PLC的FFS包装机移动平台设计及其控制系统实现[J]. 食品与机械, 2013, 6(5): 55-57.
- [4] 杨伟新,张晓森,徐彦铎. 75 kW恒压供水控制系统的设计[J]. 软件, 2012, 33(2): 117-119.
- [5] 李晓丹. 模糊PID控制器的设计研究[D]. 天津:天津大学, 2005.
- [6] 刘宝志. 步进电机的精确控制方法研究[D]. 济南:山东大学, 2010.

- [7] 王波. 基于PLC的矿用皮带运输机集控系统的开发与研究[D]. 太原:太原理工大学, 2011.
- [8] 杨明朗,王红. 人机交互界面设计中的感性分析[J]. 包装工程, 2007, 28(11): 11-13.
- [9] 刘永翔. 基于产品可用性的人机界面交互设计研究[J]. 包装工程, 2008, 29(4): 81-83.