

[研究·设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2016.02.001

# 双电机驱动自同步振动磨的动态特性

曹伟,徐波,朱城荣,王树林

(上海理工大学 能源与动力工程学院, 上海 200093)

**摘要:**针对振动磨在运转过程中振动参数对结构强度的影响,建立双电机驱动自同步振动磨筒体的模态分析和谐响应分析数学模型,借助于有限元 ANSYS 软件对筒体进行仿真试验,确定筒体的前 8 阶固有频率和相应的振型;采用不同的阻尼比和简谐激振力,探索其对共振幅值的影响及共振区域的频率范围。研究结果表明:振动磨的共振区域在第 1、2 阶固有频率附近,频率范围约为 40~50 Hz;随着阻尼比加大,振幅减小,简谐激振力增加,筒体的共振幅值增大,而相角的变化与激振力大小无关。该模型的建立为振动磨的设计者提供理论依据,进而提高设备的安全可靠性。

**关键词:**自同步振动磨;数学模型;模态分析;谐响应分析

中图分类号:TB123

文献标志码:A

文章编号:1005-2895(2016)02-001-05

## Dynamic Characteristics Analysis of Self-Synchronous Vibration Mill with Dual Motors

CAO Wei, XU Bo, ZHU Chengrong, WANG Shulin

(School of Energy and Power Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**Abstract:** In order to study the influence of vibration parameters on the structural strength, the mathematical models were established about the mode and harmonic response analysis of the self-synchronous vibration mill with the dual motors, and by means of the finite element ANSYS software, the natural frequencies and the corresponding vibration modes were determined by the simulation testing. It was discovered that the different damping ratios and harmonic exciting forces had an effect on the amplitude and frequency of the resonance region. The research results indicate that the resonance region of the vibration mill is in the region of the first and the second orders of the natural frequency, and the frequency range is about 40~50 Hz, and the amplitude decreased as the damping ratios increased, but the amplitude increased as the harmonic exciting forces increased, and that the phase angles unrelated to the exciting forces. The theoretical basis may be provided for the designer of vibration mill, and then improve the safety and reliability of the equipment.

**Key words:** self-synchronous vibration mill; mathematical model; mode analysis;harmonic response analysis

振动磨以其能耗少,研磨效率高,粒径小,粒度均匀,运用方便等因素,广泛应用于超细粉体制备领域,随着粉碎技术的不断发展,国内外学者对振动磨的研究也一直在突破中<sup>[1-7]</sup>。Das 等<sup>[8]</sup>通过在磨筒上安装无线传感器,对比不同操作条件下振动磨的性能,对振动磨的运行实现了良好的监督和优化。Lee 等<sup>[9]</sup>利用离散元法(DEM),分析不同操作工况下研磨介质的粒径变化,以便获得较高的研磨效率。国内学者王树林

等<sup>[10-11]</sup>通过对振动磨动力学分析及仿真实验研究,发现了介质运动状态和机体运动方式直接影响颗粒的破碎状态,从而获得理想的研磨效果。周雷等<sup>[12]</sup>研制的混沌式振动磨,采用一种特殊的激振器产生宽频振动,使得振动体呈现出不规则、不重复的振荡运动,大大提高了磨机的工作效率。

本文建立了双电机驱动自同步振动磨筒体的数学模型,借助于有限元 ANSYS 软件对筒体进行模态分析

收稿日期:2015-09-22;修回日期:2015-11-25

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51402192);上海理工大学创新基金项目(10-14-301-201)。

作者简介:曹伟(1991),男,陕西陇县人,硕士研究生,主要研究方向为压力容器的结构设计及优化。通信作者:徐波(1963),女,博士,副教授。E-mail:xubo1027@sina.com

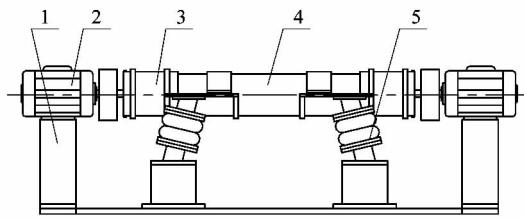
和谐响应分析,确定筒体的固有频率和相对应的振型,研究不同阻尼比和简谐激振力对共振幅值的影响及共振区域的频率范围,从而优化设备运转条件,提高设备的安全可靠性,为振动磨的设计者提供理论依据。

## 1 数学模型

图1为双电机驱动自同步振动磨的结构简图。在自同步振动磨计算时,忽略了筒体在运转过程中的非线性特性,假设筒体的固有频率和振型只与结构的质量和刚度分布有关,建立如下振动微分方程:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{U}}\} + [\mathbf{C}]\{\dot{\mathbf{U}}\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{U}\} = \{\mathbf{F}\} \quad (1)$$

式中: $[\mathbf{M}]$ 为质量矩阵; $[\mathbf{K}]$ 为刚度矩阵; $[\mathbf{C}]$ 为结构阻尼矩阵; $\{\ddot{\mathbf{U}}\}$ 为结点加速度矢量; $\{\dot{\mathbf{U}}\}$ 为结点速度矢量; $\{\mathbf{U}\}$ 为结点位移矢量; $\{\mathbf{F}\}$ 为力矢量。



1—支座;2—电机;3—激振器;4—磨筒;5—空气弹簧。

图1 双电机驱动自同步振动磨的结构简图

Figure 1 Structure sketch of self-synchronous vibration mill with dual motors

## 2 模态分析

### 2.1 模态分析微分方程

振动模态是磨筒的固有属性,因此在模态分析时不施加任何阻尼和力约束,建立无阻尼时磨筒的自由振动方程

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{U}}\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{U}\} = 0 \quad (2)$$

对于线性系统,其自由振动方程为简谐运动形式

$$\{\mathbf{U}\} = \{\gamma\}_k \cos \omega_k t \quad (3)$$

式中: $\{\gamma\}_k$ 为第k( $k=1, 2, \dots, n$ )阶固有频率对应的特征向量; $\omega_k$ 为第k阶固有频率, $t$ 为时间。将式(3)代入式(2)得

$$([\mathbf{K}] - \omega_k^2 [\mathbf{M}]) \{\gamma\}_k = \{0\}, \quad (4)$$

若式(4)有非零解,则

$$|[\mathbf{K}] - \omega_k^2 [\mathbf{M}]| = 0, \quad (5)$$

由式(5)解得特征值 $\omega_k^2$ ,将 $\omega_k^2$ 代入式(4)得到对应的特征向量 $\{\gamma\}_k$ ,将阵型 $\{\gamma\}_k$ 相对于质量归一化有

$$\{\gamma\}_k^T [\mathbf{M}] \{\gamma\}_k = 1. \quad (6)$$

特征值的平方根 $\omega_k$ 即为结构自由振动的固有频率,特征向量 $\{\gamma\}_k$ 即为与 $\omega_k$ 对应的特征向量,因此方程就变成求解特征值问题,通过有限元求解上式,可得

筒体的固有频率。

### 2.2 模态分析有限元解

借助于有限元ANSYS软件对自同步振动磨筒体进行模态分析,确定筒体的固有频率和振型,以便优化设备运转条件,提高设备的安全可靠性<sup>[13-14]</sup>。筒体材料为0Cr13,弹性模量206 GPa,泊松比为0.3,密度为7 750 kg/m<sup>3</sup>,采用3D结构实体单元Solid45自由网格划分,总共有27 112个单元,8 498个结点。

表1为基于ANSYS求解得到的筒体前8阶固有频率。从表1中可知,第1阶固有频率和第2阶固有频率、第4阶固有频率和第5阶固有频率几乎相等,这是由筒体的对称结构决定的,仅为单纯的上下振动和点头振动。

表1 振动磨筒体的固有频率

Table 1 Natural frequency of cylinder body of vibration mill

振型阶次	固有频率/Hz	振型阶次	固有频率/Hz
1	41.275	5	88.435
2	41.291	6	101.120
3	74.090	7	105.010
4	88.394	8	116.480

图2为磨筒的前8阶固有频率相对应的振型,从图2中可以看出,当处在第1,2阶固有频率时,振动磨筒体出现弯曲变形,为第3阶时,筒体由内向外膨胀,其端面到中间处变形呈线性关系,中间处变形最大,是最危险的截面。当处在第4,5阶固有频率时,筒体由弯曲变形转为扭转变形,且变形度增加。处在第6,7阶固有频率时,筒体进一步由内向外膨胀,而第8阶固有频率时,筒体在中央部位出现向内凹陷。显然在不同阶的固有频率下,筒体的破坏原因和破坏形式均发生了变化。设计者选用的电机转速为960 r/min,激振频率为16 Hz,利用ANSYS软件求解得到的振动磨筒体的第1阶固有频率为41.275 Hz,远远高于实际工作中的激振频率,避免了因共振带来的强烈躁动<sup>[15-17]</sup>。

## 3 谐响应分析

### 3.1 谐响应分析动力学方程

考虑外力和阻尼的影响,谐响应分析时振动磨筒体的动力学方程式为式(1)。

由于筒体上各点的运动情况相同,所以筒体上所有结点都以相同的频率在振动,结点位移可用下式表达

$$\{\mathbf{U}\} = \{\mathbf{U}_{\max} e^{i\alpha}\} e^{i\omega t}. \quad (7)$$

式中: $\mathbf{U}_{\max}$ 为位移幅值,i为虚数, $\omega$ 为角频率,t为时间, $\alpha$ 为相角。

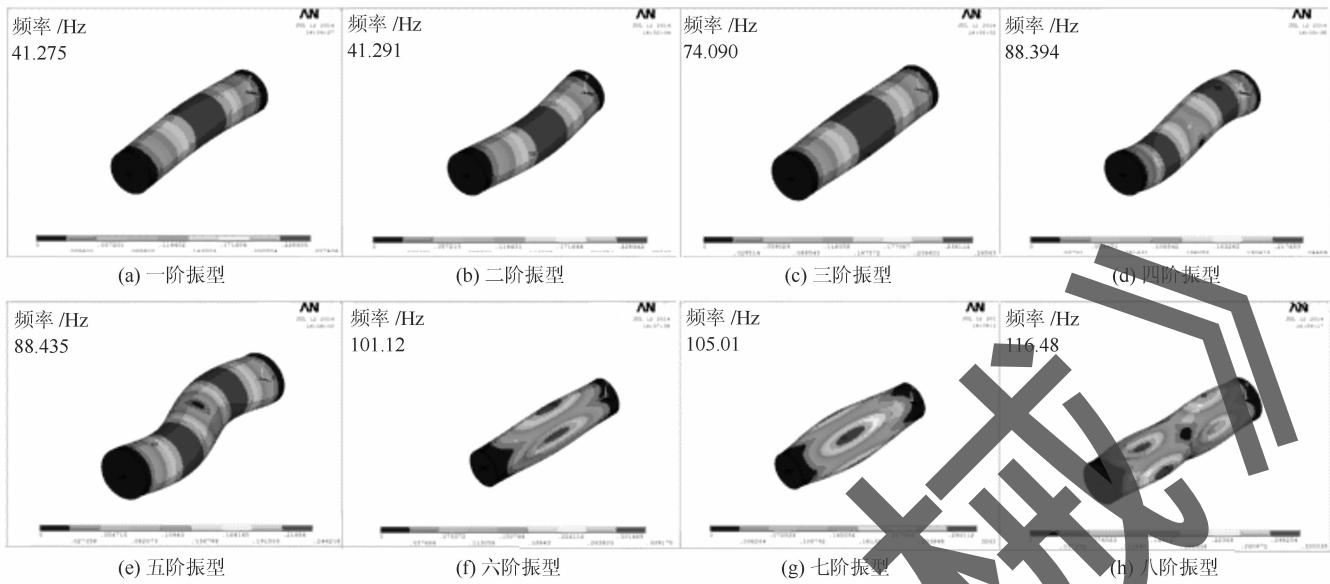


图2 振动磨筒体8阶固有频率相对应的振型

Figure 2 Vibration modes of corresponding to natural frequency of 8 orders

$e^{i\alpha}$ ,  $e^{i\omega t}$  的复数表达形式为:

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha, \quad (8)$$

$$e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \sin \omega t. \quad (9)$$

将式(8)和式(9)代入式(7)得

$$\{\mathbf{U}\} = (\{\mathbf{U}_1\} + i\{\mathbf{U}_2\}) e^{i\omega t}. \quad (10)$$

式中:  $\{\mathbf{U}_1\} = \{\mathbf{U}_{\max} \cos \alpha\}$  为位移实部,  $\{\mathbf{U}_2\} = \{\mathbf{U}_{\max} \sin \alpha\}$  为位移虚部。

其力矢量表达形式为

$$\{\mathbf{F}\} = (\{\mathbf{F}_1\} + i\{\mathbf{F}_2\}) e^{i\omega t}. \quad (11)$$

式中:  $\{\mathbf{F}_1\} = \{\mathbf{F}_{\max} \cos \beta\}$  为力实部,  $\{\mathbf{F}_2\} = \{\mathbf{F}_{\max} \sin \beta\}$  为力虚部,  $\mathbf{F}_{\max}$  为力幅值,  $\beta$  为相角。

将式(10)和式(11)代入式(1)得到谐响应动力学方程

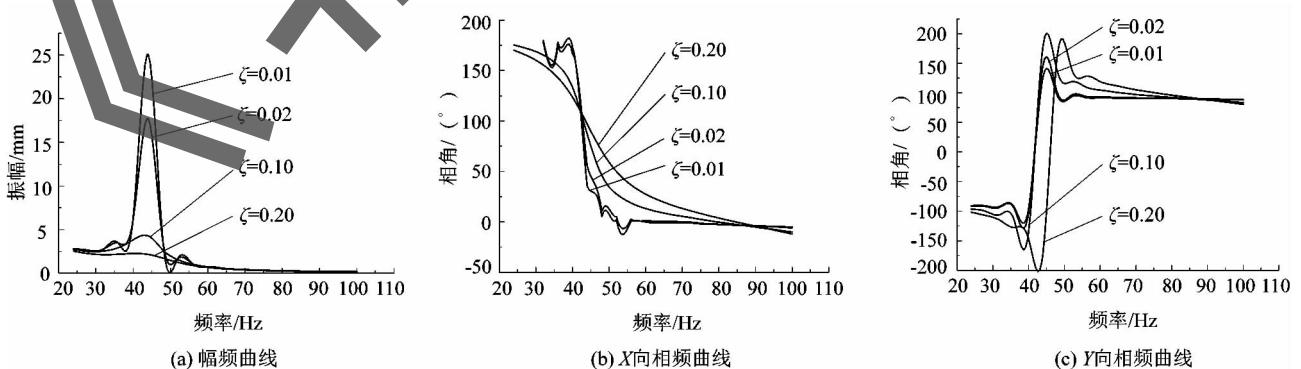
$$([\mathbf{K}] - \omega^2 [\mathbf{M}] + i\omega [\mathbf{C}]) (\{\mathbf{U}_1\} + i\{\mathbf{U}_2\}) =$$

$$\{\mathbf{F}_1\} + i\{\mathbf{F}_2\}. \quad (12)$$

式(12)无法通过解析法求解,只能利用有限元法求解,给定其频率范围和间隔,就可以得到位移与频率、相角与频率的关系。

### 3.2 谐响应分析有限元解

谐响应分析是结构在周期载荷作用下位移随频率的变化曲线,可以确定共振频率和结构等对不同频率载荷的响应特性,基于振动磨筒体模态分析的结果,进行频域分析。在节点 663 和结点 868 上,分别施加  $F_x$  为 100, 200, 500, 1 000 N 和  $F_y$  为 100, 200, 500, 1 000 N 的简谐激振力,阻尼比设为 1%, 2%, 10% 和 20%。根据表 1 筒体固有频率的计算结果,设激振频率在 20~100 Hz 范围内,载荷子步数为 20, 筒体在结点 2 734 处振动响应曲线如图 3 和图 4 所示。

图3  $F = 500$  N 时振动磨筒体的谐响应曲线Figure 3 Harmonic response curves of cylinder body of vibration mill when  $F = 500$  N

从图3(a)中可看出,幅频曲线在特定的阻尼比 $\xi$ 下有一个较大的峰值,其频率范围在第1阶和第2阶固有频率附近,当外力 $F=500\text{ N}$ 时,其共振频率约为40~50 Hz,此时阻尼对振幅的抑制作用非常明显,阻尼比越大,振幅越小,因此可通过增大阻尼比使机组平稳的通过临界转速,降低机器损坏的风险。由图3(b),(c)可以看出,临界转速处 $X$ 方向相角从180°逐渐变到0°, $Y$ 方向相角从-180°变到0°再到180°,相角在第1阶和第2阶固有频率处发生剧烈波动。随着阻尼的增加,相角的变化幅度明显减小,在其它频率范围内,相角的波动趋于平稳。

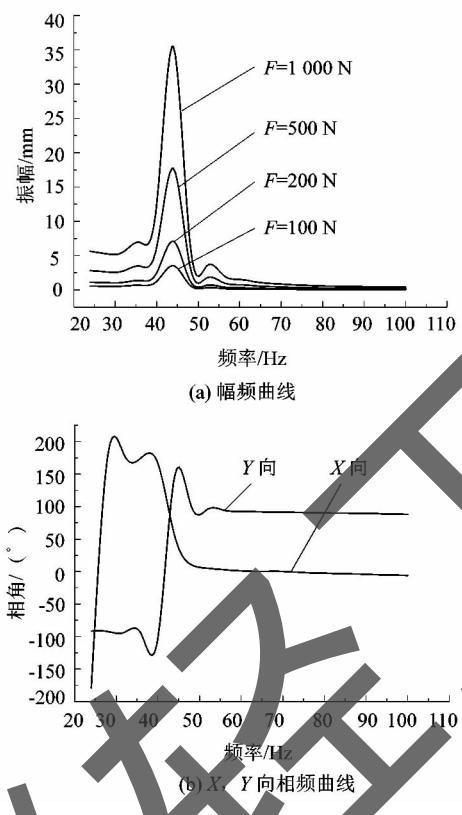


图4  $\xi=0.02$ 时振动磨筒体的谐响应曲线

Figure 4 Harmonic response curves of cylinder body of vibration mill when  $\xi=0.02$

图4(a)幅频曲线显示,随着简谐激振力的增加,筒体的共振幅值增大,其峰值依然在第1阶和第2阶固有频率附近。而其它频域范围内,幅值的变化与简谐激振力的相关度显著下降。当固有频率在第4阶以后时,甚至可以忽略激振力对振幅的影响。图4(b)显示了当简谐激振力不断改变时,相角无论在 $X$ 方向,还是 $Y$ 方向均没有变化,由此可见激振力的改变不会对相角产生影响,这一现象与文献[18]的结论吻合,而相角变化幅度较大的区间是在频率为20~60 Hz范围内。

#### 4 结语

1) 建立无阻尼时自同步振动磨筒体的模态分析数学模型,借助于ANSYS软件求解,得到筒体的前8阶固有频率和振型,从而避免设备在运行中因共振而发生危害,为振动磨设计者提供理论依据。

2) 谐响应分析结果显示,在给定的阻尼比和激振力下,共振发生在第1,2阶固有频率附近,频率范围约为40~50 Hz,此时阻尼对振幅的抑制作用非常明显,阻尼越大,振幅越小。当阻尼比不变,简谐激振力增加时,筒体的共振幅值随之增大,峰值依然出现在频率为40~50 Hz处,而相角的变化与激振力大小无关。

3) 设计者选取的电机转速为960 r/min,激振频率为16 Hz,材质为0Cr13,理论研究结果表明,该磨筒的激振频率远离共振区域。

#### 参考文献:

- [1] 王莉.超细分体振动磨机的设计[J].林业机械与木工设备,2013,41(11):48~56.
- [2] 刘建芳,沈超,焦晓阳,等.立式振动磨磨介运动分析及振动强度设计[J].机械设计与制造,2013(2):51~58.
- [3] 杨小兰,刘极峰,邹景超,等.二级偏块振动磨主隔振机理研究与试验[J].振动与冲击,2012,31(17):44~50.
- [4] 张世礼.特大型振动磨及其应用[M].北京:冶金工业出版社,2007.
- [5] LU Hougen. Energy saving by modification of the vibration mill [J]. Power technology,1995,82(2):191~196.
- [6] YOKOYAMA T, TAMURA K, USUI H, et al. Simulation of ball behavior in a vibration mill in relation with its grinding rate: effects of fractional ball filling and liquid viscosity [J]. International journal mineral processing,1996(44/45):413~424.
- [7] GOCK E, KURRER K E. Eccentric vibratory mills: theory and practice [J]. Power technology,1999,105(1/3):302~310.
- [8] DAS S P, DAS D P, BEHERA S K, et al. Interpretation of mill vibration signal via wireless sensing [J]. Minerals engineering,2011,24(3/4):245~251.
- [9] LEE H, CHO H, KWON J. Using the discrete element method to analyze the breakage rate in a centrifugal/vibration mill [J]. Powder technology,2010,198(3):364~372.
- [10] WANG S L. Impact chaos control and stress release: a key for development of ultra fine vibration milling [J]. Progress in natural science,2002,12(5):336~341.
- [11] 徐波,王树林,李生娟.振动磨碎机动力学分析及仿真实验[J].机械工程学报,2008,44(3):105~109.
- [12] 周雷,刘晓星,柳琳.混沌振动磨机力学模型的建立与运动分析[J].新技术新工艺,2013(1):45~47.
- [13] BEMOTAT S. Vibration mill results in the light of stress intensity and number of stressing events [J]. International journal mineral processing,2004,74(Sup.):119~112.

(下转第14页)