Vol. 34 No. 6 Dec. 2016

「研究・设计]

DOI:10.3969/j. issn. 1005-2895. 2016. 06. 002

# 数控皮革裁床样片排版的二维扩展轮廓算法

应思齐1,王秀锋2,史伟民1,杨亮亮1

(1. 浙江理工大学 机械与自动控制学院,浙江 杭州 310018; 2. 杭州琦星机器人科技有限公司,浙江 杭州 317604)

摘 要:针对数控皮革栽床在进行样片排版时,容易出现由于样片扩展轮廓错误而引起样片间隙过小,导致刀具过切的问题,提出了一种新的算法,即将旋转法和直线过渡法结合以解决样片的扩展轮廓描述。用平移和旋转法将样片轮廓的每个非光滑转接处的复杂情形简化为几类一般的情形,并把样片的二维扩展轮廓算法归纳为直线接直线、直线接圆弧、圆弧接圆弧3大类。通过对各外扩图元之间的转接情况进行几何分析并对各转接点位置进行精确计算,以实现样片扩展轮廓的正确描述。应用结果表明:该算法简单可靠,所得样片扩展轮廓准确无误。该算法具有很强的实用性。

关键词:数控皮革裁床;样片排版;轮廓算法;平移法;旋转法

中图分类号:TS531

文献标志码:A

文章编号:1005-2895(2016)06-0005-05

## Two-Dimention Extension Outline Algorithm of Sample Layout of CNC Leather Cutting Machine

YING Siqi<sup>1</sup>, WANG Xiufeng<sup>2</sup>, SHI Weimin<sup>1</sup>, YANG Liangliang<sup>1</sup>

School of Mechanical Engineering and Automation, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China;
 Hangzhou Qixing Robot Technology Co., Ltd., Hangzhou 317604, China)

Abstract: Aiming at the wrong interval of samples and the over-cutting by the wrong outlines after the sample layout of CNC leather cutting machine, a new algorithm was put forward to describe the outlines, which contains the rotation method and the linear transition method. The rotation method made the situation of every non-smooth transfer place into some kinds of situation. The two-dimention extension outline algorithm of sample outline of layout problems were simply summarized as straight line to straight line, straight line to circular radian and circular radian to circular radian. Through the precise calculation of the connecting points between extended primitives, the algorithm correctly described sample outlines. The applied results indicate that the algorithm is simple and reliable, and the obtained sample outlines are accurate.

Key words: CNC leather cutting machine; sample layout; outline algorithm; linear transition method; rotation method

皮革切割在机械加工过程中,通常有3种方法:手工、半自动和数控切割。数控切割法因其高效的切割工作、较好的切割质量及较低的劳动力成本等优势,成为皮革加工的最主要方式。大批量加工生产时,企业往往会在原材料裁剪前,对样片的排版及刀具的切割路径进行优化,从而使收益最大化,提高企业的经济效益[1]。而数控裁剪的进行,需要待排版样片在排版之

后生成的对应刀头走刀路径轨迹<sup>[2]</sup>。排版问题在实际应用中相当广泛,它既要求满足后续的加工,又要从整个原材料中裁剪出尽可能多且形状合格的工件。排版的结果直接影响着裁切路径的生成。一个坏的走刀路径不仅不能提高切割效率,还会造成工业成本的浪费<sup>[3]</sup>。对于企业而言,大批量的生产,就必须采用高效的排版方法以及能够准确描述样片轮廓线的方法。

收稿日期:2016-06-02;修回日期:2016-07-04

基金项目:国家自然科学基金项目(51305404)。

作者简介:应思齐(1992),男,浙江舟山人,硕士研究生,主要研究方向为机电控制及自动化。通信作者:杨亮亮。E-mail: yangliang@ zstu. edu. cn

因此,根据样片数据生成其对应准确的二维扩展轮廓线是排版问题中的重要环节。目前,对于样片的二维扩展轮廓的描述方法主要有:矩形包络法、Graham 凸包法和多边形逼近法等[4-5]。矩形包络法和凸包法的优点在于简单而易于实现,但对于高度不规则的样片轮廓而产生的凸包在排版时会造成相当多的浪费[6-7]。而多边形逼近法是在一定的误差范围内对样片边缘进行简化以描述样片轮廓,该方法虽然较成熟且取得了一定成果,但其对于样片扩展轮廓的描述不够精确,在排版紧密的情况下,仍可能出现过切和误切的问题。对此,本文提出了一种新的算法,即旋转法与直线过渡法相结合的二维扩展轮廓算法,以实现数控皮革裁床的样片扩展轮廓的精确描述。其中,第1章概述样片轮廓扩展原理,第2章详细说明二维扩展轮廓算法,第3章展示仿真实验结果。

#### 1 样片轮廓扩展的原理及方案

样片形状多变,其轮廓基本组成部分为直线、圆弧和样条曲线。而样条曲线可以由直线和圆弧进行逼近,经过特殊处理后的基本图元仍是直线和圆弧<sup>[89]</sup>,所以,几乎所有形状的二维样片轮廓,都可视为直线和圆弧按一定顺序彼此衔接的组合图形。

图 1 中的 M 轮廓代表需要加工的某样片轮廓图。如要裁切一个外形如 M 轮廓的工件,走刀路径就不能完全按照工件轮廓进行。在实际切割时,由于存在刀具的厚度等因素,切割过程会产生一定的误差,所以在排版处理时要引入切割变量 d,再根据原始样片轮廓数据计算出其扩展轮廓数据,即图中的 N 轮廓。加工时,刀具必须沿着根据算法所得的 B 轮廓进行路径移动才能避免造成过切。

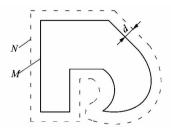


图1 样片的轮廓扩展

Figure 1 Outline extension of sample

由上所述可知,样片二维扩展轮廓的描述,就是样片形状的一种外扩处理。一般情况下,扩展轮廓即为工具轮廓的等距线。而在非光滑的轮廓线处,需要做过渡处理。过渡方法有2种:直线过渡与圆弧过渡<sup>[10]</sup>。由于圆弧过渡在内拐角加工时需要人工处理,

所以本文提出的样片扩展轮廓算法是基于直线过渡的 算法。样片轮廓的每一个非光滑的轮廓线转折点处的 图元衔接情形可以概括地分为3大类:直线接直线、直 线接圆弧、圆弧接圆弧<sup>[11]</sup>。所以,二维扩展轮廓算法 的首要问题,就是每个外扩图元间各衔接点的求法。

#### 2 直线过渡的扩展轮廓算法

#### 2.1 扩展距离参数

皮革加工的实际操作时,由于刀具的厚度等因素,切割过程中可能会产生一定的加工误差,其中包括了切割误差和缝合误差。所以,在排版处理时要引入切割变量,使所有图元能根据该变量进行一定程度上的外扩处理。在此,记该切割变量为扩展距离参数 d。

规定,当 d 的符号为负,切割路径的行进趋势处于 工件左侧;而当切割路径的前进趋势处于工件右侧,d 为正。以下不同的情形分析,都是在读取样片的原始 数据后,通过平移加旋转的预处理方法,将每个轮廓线 转折点处的原始数据转换到第一象限进行处理。

## 2.2 直线接直线情形

记第 1 条直线起点与终点坐标分别为 $(x_1,y_1)$ 和 $(x_2,y_2)$ ,第 2 条直线终点坐标为 $(x_3,y_3)$ ,其起点与第 1 条直线的终点均转换至原点处,故  $x_2=y_2=0$ 。2 条直线斜率分别为:

$$k_1 = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1) = y_1/x_1,$$
  
 $k_2 = (y_2 - y_3)/(x_2 - x_3) = y_3/x_{3,0}$ 

## 1) 当 K > -1 时,2 条直线呈钝角

2 个斜率的乘积为 K,如图 2(a) 所示,此时切割趋势处于工件左侧,扩展距离参数 d 为负;而图 2(b) 所示情况相反,d 为正。由图可知,当 2 条直线呈钝角,2 个直线图元外扩后的交点唯一。

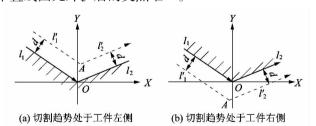


图 2 直线接直线钝角情形

Figure 2 Obtuse-angle situation of straight line to straight line

 $l_1$ , $l_2$ 的等距线  $l'_1$ , $l'_2$ 的表达式:① $l'_1$ 为  $k_1x - y = d$   $\sqrt{1 + k_1^2}$ ;② $l'_2$ 为  $k_2x - y = d$   $\sqrt{1 + k_2^2}$ 。

令  $d\sqrt{1+k_1^2}$ 为  $c_1$ ,  $d\sqrt{1+k_2^2}$ 为  $c_2$ 。则外扩后交点 A 的坐标为:

$$x_{A} = (c_{1} - c_{2})/(k_{1} - k_{2});$$

$$y_{4} = (k_{2}c_{1} - k_{1}c_{2})/(k_{1} - k_{2});$$

$$(1)$$

#### 2) 当 K < -1 时,2 条直线呈锐角

如图 3(a) 所示,此时扩展距离参数 d 为负,2 条 直线外扩后交点可借用公式(1)求得。而图 3(b) 所 示情形, d 为正, 此时图元外扩后交点有2个, 可视为  $l'_1, l'_2$ 分别与直线 OA, OB 的交点。由图 3(b) 中的几 何关系,可得出直线 OA,OB 的斜率分别为:

$$\begin{aligned} k_{\mathit{OA}} &= -\tan \left( 3\pi/4 - \arctan k_1 \right); \\ k_{\mathit{OB}} &= \tan \left( 3\pi/4 - \arctan k_2 \right)_{\circ} \end{aligned}$$

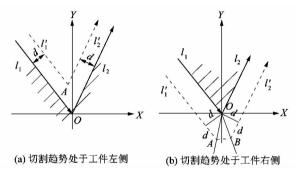


图 3 直线接直线锐角情形 Figure 3 Acute-angle situation of

straight line to straight line

不难得出 A 和 B 的坐标为:

$$\begin{cases} x_A = -c_1/(k_1 - k_{OA}); \\ y_A = k_{OA}x_{AO} \end{cases}$$
 (2)

$$\begin{cases}
 y_A = k_{OA} x_{A \circ} \\
 x_B = c_2 / (-k_2 + k_{OB}); \\
 y_B = k_{OB} x_{B \circ}
 \end{cases}$$
(2)

#### 2.3 直线接圆弧或圆弧接直线情形

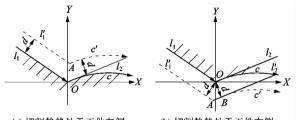
记直线起点与终点坐标分别为 $(x_1,y_1)$ , $(x_2,y_2)$ , 记圆弧圆心坐标为 $(x_3, y_3)$ ,半径为r。由于圆弧分为 2类:顺圆弧与逆圆弧,分别对应开口朝下的圆弧与开 口朝上的圆弧。设立参数 G 以分辨圆弧类别,且规 定: 当圆弧开口朝下或2个相接圆弧开口均朝下时, G<0;当圆弧开口朝上或2个相接圆弧开口均朝上 时,G > 0。

此时,圆弧在原点处切线 12的斜率为:  $k_2 = -x_3/y_3$ 

#### 1) 当 K > -1 时, 直线与圆弧切线呈钝角

K为2个斜率的乘积,如图4(a)所示,切割趋势 处于工件左侧,扩展距离参数 d 为负,此时图元扩展之 后的转接点唯一。转接点 A 是直线  $l'_1$  与圆弧 c'的交 点。当直线与圆弧的衔接情况如图 4(b) 所示时, 切割 趋势处于工件右侧,d为正,此时转接点有2个。转接

点 A 为直线  $l'_1$  与圆弧 c 在原点处切线的等距线  $l'_2$ 的 交点。转接点 B 为 l',与圆弧 c 过原点的半径所在直 线的交点。



(a) 切割趋势处于工件左侧

(b) 切割趋势处于工件右侧

图 4 直线与圆弧衔接钝角情形 Figure 4 Obtuse-angle situation of straight line to circular radian

圆弧 c'的表达式为: $(x-x_3)^2+(y-y_3)^2=R^2$ ,其  $+ R = r + d_{\circ}$ 

由直线  $l'_1$ 与圆弧 c'可解得 A 坐标为:

$$\begin{cases} x_A = k_{12}y_A + c_{12}, \\ y_A = (-G(\sqrt{4(k_{12}(c_{12} - x_2) - y_2)^2 - 4(1 + k_{12}^2)((x_1 - c_{12})^2 - R_1^2 + y_1^2) - \\ 2(k_{12}(c_{12} - x_2) - y_2))/2(1 + k_{12}^2)_{\circ} \\ \Leftrightarrow a = 1 + k_1^2, b = -2(k_1(y_3 + c_1) + x_3), c = (y_3 + c_1)^2 - R^2 + x_3^2, 则上式可简化为: \end{cases}$$

$$x_{A} = G(\sqrt{b^{2} - 4ac} - b)/2a;$$

$$y_{A} = k_{1}x_{A} - c_{1} \circ$$

$$(4)$$

由图 4(b) 中关系可得 2 个转接点的坐标为:

$$x_A = (c_1 - c_2) / (k_1 - k_2); y_A = k_1 x_A - c_{10}$$
 (5)

$$\begin{cases}
 x_{B} = c_{2} / (k_{2} - y_{3} / x_{3}); \\
 y_{B} = k_{2} x_{B} - c_{2} \circ
\end{cases}$$
(6)

#### 2) 当 K < -1 时, 直线与圆弧切线呈锐角

图 5(a) 所示情形的转接点唯一,转接点 A 的坐标 可借用公式(4)求得。而图 5(b) 所示情形,有 3 个转 接点,此时扩展距离参数 d 为正。转接点 A,B 分别为 直线  $l'_1, l'_2$ 与直线 OA, OB 的交点,求法类似图 3(b) 所示情形的转接点求解方法。转接点 C 是直线  $l'_2$ 与 圆弧 c 过原点的半径所在直线的交点。由此可求 3 个 转接点的坐标分别为:

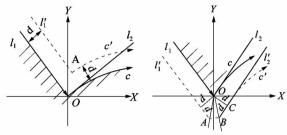
$$x_{A} = -c_{1}/(k_{OA} - k_{1}); y_{A} = k_{OA}x_{A} \circ$$
 (7)

$$x_{B} = c_{2} / (k_{OB} + k_{2}); y_{B} = k_{OB} x_{B} \circ$$
 (8)

$$\begin{cases}
 x_C = c_2 / (k_2 + 1/k_2); \\
 y_C = k_2 x_C - c_2;
 \end{cases}$$
(9)

其中:

$$\begin{cases} k_{\scriptscriptstyle OA} = \tan \; \left( \, 3\pi/4 - \arctan \; \left( \, -k_{\scriptscriptstyle 1} \, \right) \, \right) \, , \\ k_{\scriptscriptstyle OB} = \, -\tan \; \left( \, 3\pi/4 - \arctan \; k_{\scriptscriptstyle 2} \, \right) \, _{\circ} \end{cases}$$



(a) 切割趋势处于工件左侧

(b) 切割趋势处于工件右侧

图 5 直线与圆弧衔接锐角情形 Figure 5 Acute-angle situation of straight line to circular radian

#### 2.4 圆弧接圆弧情形

设第 1 个圆弧圆心为 $(x_1,y_1)$ ,半径为  $r_1$ ;第 2 个圆弧圆心为 $(x_2,y_2)$ ,半径为  $r_2$ 。此时,2 个圆弧在原点处切线  $l_1,l_2$ 的斜率分别为:

$$k_1 = -x_1/y_1$$
;  $k_2 = -x_2/y_2$   $\circ$ 

## 1) 当 K > -1 时,两条切线呈钝角

图 6 为圆弧与圆弧衔接的情形。从图 6(a) 可知,此时切割趋势处于工件左侧,扩展距离参数 d 为负,转接点唯一。

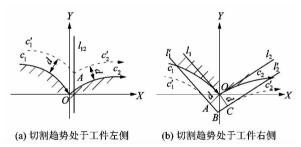


图 6 圆弧与圆弧衔接钝角情形 Figure 6 Obtuse-angle situation of circular radian to circular radian

已知圆弧 c'1和圆弧 c'2表达式分别为:

$$(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 = R_1^2,$$
  
 $(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2 = R_2^2,$ 

其中, $R_1 = r_1 + d$ , $R_2 = r_2 + d$ 。

2 式相減可得圆弧  $c'_1$ ,  $c'_2$ 的交线  $l_{12}$ :  $x - k_{12}y - c_{12} = 0$ 。 其中:

$$c_{12} = d(r_2 - r_1)/(x_1 - x_2);$$
  
 $k_{12} = -(y_1 - y_2)/(x_1 - x_2)_{\circ}$ 

由此可进一步得出转接点 A 的坐标为:

$$\begin{cases} x_A = k_{12}y_A + c_{12}, \\ y_A = (-G(\sqrt{4(k_{12}(c_{12} - x_2)^2 - 4(1 + k_{12}^2)((x_1 - c_{12})^2 - R_1^2 + y_1^2)} - \\ 2(k_{12}(c_{12} - x_2) - y_2))/2(1 + k_{12}^2), \\ \Leftrightarrow a = 1 + k_{12}^2, b = 2(k_{12}(c_{12} - x_2) - y_2), c = (x_1 - c_{12})^2 - R_1^2 + y_1^2,$$
 则上式可简化为:

$$x_{A} = k_{12}y_{A} + c_{12};$$

$$y_{A} = (-G(\sqrt{b^{2} - 4ac} - b)/2a_{\circ})$$
(10)

公式(10)适用于2个圆弧开口方向相同的情形,若2个圆弧开口方向不同,可将交线  $l_{12}$ 的方程稍作改动,使x作为自变量,然后用类似的方法去求解即可。

图 6(b) 所示的情形,d 为正,转接点有 3 个:第 1 和第 3 转接点 A,C 分别为等距线  $l'_1$ , $l'_2$ 与直线  $l_{OA}$ , $l_{OB}$  的交点,而第 2 转接点 B 为直线  $l'_1$ , $l'_2$ 的交点。

由此可求3个转接点的坐标分别为:

$$\begin{cases} x_A = c_1 / (k_1 - y_1 / x_1); \\ y_A = k_1 x_A - c_1 \circ \end{cases}$$
 (11)

$$\begin{cases} x_B = (c_1 - c_2) / (k_1 - k_2); \\ y_B = k_1 x_B - c_1 \circ \end{cases}$$
 (12)

$$\begin{cases} x_{C} = c_{2}/(k_{2} - y_{2}/x_{2}); \\ y_{C} = k_{2}x_{C} - c_{2} \end{cases}$$
 (13)

公式(11)~(13)适用于此情形下所有的圆弧开口情况。

#### 2) 当 K > -1 时,2 条圆弧切线呈锐角

如图 7(a) 所示,扩展距离参数 d 为负,A 可用公式(10) 求得。而图 7(b) 所示情形 d 为正,转接点有 4 个。转接点 A,D 为等距线  $l'_1$ , $l'_2$ 与直线  $l_{OA}$ , $l_{OD}$  的交点,而转接点 B,C 分别为直线  $l'_1$ , $l_{OB}$  的交点与直线  $l'_2$ , $l_{OC}$  的交点。

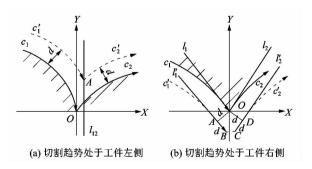


图 7 圆弧与圆弧衔接锐角情形 Figure 7 Acute-angle situation of circular radian to circular radian

由此,可得这4个转接点的坐标如下:

$$x_A = c_1 / (k_1 + 1/k_1); y_A = k_1 x_A - c_1 \circ$$
 (14)

$$x_{B} = c_{1}/(k_{1} - k_{OB}); y_{B} = k_{OB}x_{B} \circ$$
 (15)

$$x_c = c_2/(k_2 - k_{oc});$$
 (16)

$$\begin{cases} x_C - \epsilon_2 / (n_2 - n_{\partial C}); \\ y_C = k_{\partial C} x_{C \circ} \end{cases}$$
 (16)

$$\begin{cases}
 x_D = c_2 / (k_2 + 1/k_2); \\
 y_D = k_2 x_D - c_2; 
 \end{cases}$$
(17)

其中:

$$\begin{cases} k_{OC} = -\tan (3\pi/4 - \arctan k_2), \\ k_{OB} = \tan (3\pi/4 - \arctan (-k_1))_{\circ} \end{cases}$$

公式(14)~(17)适用于此情形下所有的圆弧开口情况。

## 3 仿真实验结果

二维扩展轮廓算法的仿真结果如图 8 所示。其中图 8 (a) 为 2 个样片数据在经过传统的 Graham's Scan算法后得到的凸包结果图,图中的内轮廓实线图形是根据导入的样片数据得到的样片原图形状,外轮廓虚线图形是设定了扩展距离参数 d 后得到的凸包效果。而图 8 (b) 中所示虚线图形,是将样片数据经过本文所提出的二维扩展轮廓算法处理之后得到的实验结果图。

通过对比不难发现,图 8(b)中所示的扩展轮廓较传统凸包算法得到的凸包轮廓更准确,由此得到的排版效果将会更好,对于材料的利用率更高。实践证明,根据本文提出的轮廓算法而得到的样片二维扩展轮廓精确度高,可靠性好。

### 4 结语

本文所提出的基于直线过渡的二维扩展轮廓算法,把所有的二维样片轮廓都总结为直线和圆弧按一定顺序彼此衔接的组合图形,将每一个非光滑的轮廓线转折处的图元衔接情形概括为3类:直线接直线、直线接圆弧和圆弧接圆弧。仿真结果表明:该算法实现了样片扩展轮廓的正确描述,且与传统的样片凸包算法相比,依据本算法所得的扩展轮廓更精确可靠,对于材料的利用率更高,具有一定的工程实用价值和一定的创新性。然而,该算法在实际运行时的速度较慢,对于生产效率会产生一定的影响。如何使该算法更加精简,将是下一步研究的重点。

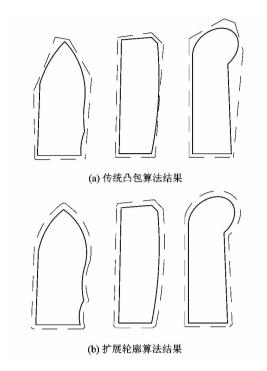


图 8 扩展轮廓算法仿真实验结果 Figure 8 Simulation results of extension outline algorithm

#### 参考文献:

- [1] 陈婷. 钣金排样算法的研究与软件开发[D]. 南京:东南大学, 2009:9-12.
- [2] LODI A, MARTELLO S, VIGO D. Heuristic and metaheuristic approaches for a class of 2D bin packing problems [J]. INFORMS journal on computing, 1999, 11 (4):345-357.
- [3] 宋连超,张彤. 互补件排样优化算法的研究[J]. 哈尔滨理工大学学报,2006,11(3):106-109.
- [4] 贾丹,董方敏. 二维优化排样问题研究[J]. 计算机系统应用, 2008,17(7):21-24.
- [5] 逯绍锋,罗永龙. Graham 算法求解凸包问题中的隐私保护[J]. 计算机工程与应用,2008,44(36):130-133.
- [6] 林庆武,梅德庆,黄严峻,等.皮革智能排样系统的开发[J]. 机电工程,2005,22(12):4-7.
- [7] 胡加宰,史伟民,杨亮亮.二维不规则样片自动排料算法的优化研究[J]. 现代纺织技术,2014,22(5);26-30.
- [8] 胡明江. 样条曲线转换成圆弧和直线的方法[J]. 金属加工(冷加工),2009(15):74-75.
- [9] 葛方勇, 闫光荣, 陈卫东. 线切割加工软件中的图像矢量化辅助系统[J]. 工程图学学报, 2005, 26(3):23-28.
- [10] 蒙艳玫,陆冠成,卢福宁,等.基于矢量运算及半步长迭代算法相结合的刀补算法研究[J].机床与液压,2010,38(1):35-38.
- [11] 王凌云,和廷立,姚伟. 数控系统的刀具半径补偿技术研究[J]. 浙江工业大学学报,2005,33(2);219-222.