

[研究·设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2018.06.005

考虑横力弯曲的直角柔性铰链单元的力学特性

夏道朋, 赖磊捷

(上海工程技术大学 机械与汽车工程学院, 上海 201620)

摘 要:为了深入分析平面上受复合载荷作用的直角柔性铰链单元的力学特性,运用弹性力学方法推出了柔性铰链自由端在横向载荷和弯矩作用下的位移;基于理想弹性体的小变形假设,通过叠加法求得柔性铰链自由端总的位移,并由此得到柔性铰链的柔度矩阵;推出了直角柔性铰链单元两端位移都不为零时的整体刚度矩阵。通过有限元分析验证,当横向载荷作用于柔性铰链自由端时,由于考虑了剪切力对位移的影响,文中推出的直角柔性铰链的柔度具有较高的精确度,特别是当柔性铰链的高度与长度之比大于1/5时,相比材料力学解精确度更高,这对于直角柔性铰链的深入研究和实际应用都有一定的参考价值。

关 键 词:直角柔性铰链单元;弹性力学;横力弯曲;整体刚度矩阵;柔度矩阵

中图分类号:TH112 文献标志码:A 文章编号:1005-2895(2018)06-0020-06

Mechanical Properties of Right-Angle Flexure Hinge Unit Considering Transverse Force Bending

XIA Daopeng, LAI Leijie

(School of Mechanical and Automotive Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

Abstract: For right-angle flexure hinge unit under compound loads on the plane, in order to analyze its mechanical properties, displacement of the free end of flexure hinge under transverse load and bending moment was obtained by using the elastic mechanics method. From the hypothesis of micro deformation of ideal elastic body, total displacement of the free end of flexure hinge was obtained by the superposition method, and the flexibility matrix of flexure hinge be obtained. The overall stiffness matrix was introduced when the displacements of right-angle flexure hinge unit were not zero at both ends. Through finite element simulation, it is verified that when the transverse load acts on the free end of the flexure hinge, due to the influence of shear force on the displacement of flexure hinge, accuracy of the flexibility of right-angle flexure hinge introduced in this paper is very high. Especially when the ratio of height to length of flexure hinge is greater than 1/5, the analytical solution in this paper is more accurate than the material mechanics solution. This paper provides a certain reference for further study of the mechanical properties and practical application of right-angle flexure hinge.

Keywords: right-angle flexure hinge unit; elastic mechanics; transverse force bending; overall stiffness matrix; flexibility matrix

20世纪80年代以来,随着现代制造业的发展和微纳米技术的兴起,柔性机构被广泛的应用于微机电系统、精密工程、生物医学和机器人等诸多领域^[1]。作为柔性机构重要形式之一的柔性铰链,因其具有结

构紧凑、无间隙和摩擦、运动灵敏度高、不需要维护和使用寿命长等优点^[2-3],受到国内外众多学者的关注。

赵宏伟等利用卡式定理求出了空间坐标系下直角柔性铰链的刚度矩阵,并定性分析了铰链尺寸参数对

收稿日期:2018-06-04;修回日期:2018-09-03

基金项目:国家自然科学基金项目(51605275)。

第一作者简介:夏道朋(1988),男,山东安丘人,硕士研究生,主要研究方向为微细电解加工及精密定位。通信作者:赖磊捷(1984),男,浙江宁波人,博士,讲师,主要研究方向为微位移驱动控制。E-mail:lailj@sues.edu.cn

刚度的影响^{[4]144-146}。除了常见的直角柔性铰链,陈应舒等研究了椭圆弧型柔性铰链的力学特性,并对推得的柔度矩阵进行了有限元验证^[5];Yang Miao 等用非线性有限元方法对平面上对称超弹性柔性铰链的变形进行了建模,并通过有限元分析和实验验证了模型的正确性^[6]。近年来,出现了许多新式的柔性铰链结构,杜云松等利用虚功原理和矩阵法对多个柔性铰链串并联机构进行了分析,给出了具体的柔度计算公式^[7];Liu Min 等提出了一种单轴多缺口的新型柔性铰链^[8]。

文献[4]第144页中采用有限元静力学仿真对常见的典型柔性铰链的力学性能进行了对比分析,结果表明直角柔性铰链对外界刺激的响应最为敏感,在相同载荷作用下变形量最大,并且能在平动、弯曲和扭转等多种运动模式下工作,其结构又易于加工制造,因此直角柔性铰链在精密工程等多个领域得到广泛的应用^{[4]146}。对于一端固定另一端自由的直角柔性铰链,将其视为悬臂梁,自由端受复合载荷作用,课题组利用弹性力学中的逆解法求得柔性铰链的位移和柔度;在此基础上,推导了平面上直角柔性铰链两端都有位移时的整体刚度矩阵;最后通过有限元分析验证了柔度公式的正确性,并与材料力学解进行了对比。

1 直角柔性铰链的位移

柔性铰链的尺寸如图1所示,长度为 l ,宽度为 b ,高度为 t 。图2所示为柔性铰链单元的受力情况, F_x , F_y 和 M_z 分别代表轴向力、横向力和弯矩。为了便于研究,取单位宽度的柔性铰链作为考察对象。

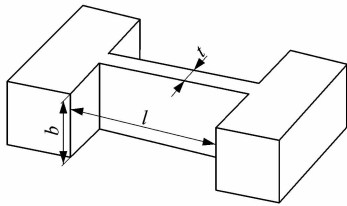


图1 柔性铰链尺寸示意图

Figure 1 Schematic diagram of flexure hinge

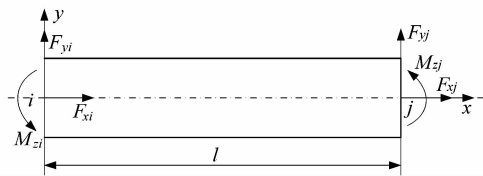


图2 柔性铰链单元受力情况

Figure 2 Force condition of flexure hinge unit

1.1 柔性铰链左端自由右端固定

左端自由,右端固定时柔性铰链的变形如图3所示。

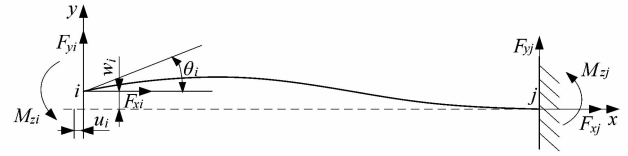


图3 右端固定时柔性铰链的变形示意图

Figure 3 Deformation of flexure hinge

during fixed at right end

1.1.1 柔性铰链左端仅受横向载荷 F_{yi} 时

由弹性力学得满足相容方程和边界条件的应力函数 Φ 和应力分量分别为:

$$\Phi = \frac{3F_{yi}}{2t} \cdot \left[y - \frac{2F_{yi}}{t^3} y^3 \right] \cdot x; \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{F_{yi}}{I} \cdot xy; \\ \sigma_y &= 0; \\ \tau_{xy} &= -\frac{F_{yi}}{2I} \cdot \left(\frac{t^2}{4} - y^2 \right). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中: σ_x 和 σ_y 分别为沿 x 和 y 方向的正应力; τ_{xy} 为切应力; $I = bt^3/12$ 为横截面对中性轴的惯性矩。

由广义胡克定律,得平面应力问题的3个应变分量:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \mu \sigma_y) = -\frac{F_{yi}}{EI} \cdot xy; \quad (3)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \mu \sigma_x) = \frac{\mu F_{yi}}{EI} \cdot xy; \quad (4)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2(1+\mu)}{E} \cdot \tau_{xy} = \frac{(1+\mu)F_{yi}}{EI} \left(-\frac{t^2}{4} + y^2 \right). \quad (5)$$

式中: ε_x 和 ε_y 分别为沿 x 和 y 方向的线应变; γ_{xy} 为切应变; E 为材料的弹性模量; μ 为泊松比。

平面几何方程中 $\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$, $\varepsilon_y = \frac{\partial w}{\partial y}$, 所以 $\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{F_{yi}}{EI} \cdot$

xy , $\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\mu F_{yi}}{EI} \cdot xy$, 积分得:

$$\left. \begin{aligned} u &= -\frac{F_{yi}}{2EI} \cdot x^2 y + f(y); \\ w &= \frac{\mu F_{yi}}{2EI} \cdot xy^2 + f(x). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: u, w 分别为柔性铰链中心轴沿 x, y 方向的位移。

又因为平面几何方程中 $\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x}$, 将公式(6)

代入,再将 γ_{xy} 代入公式(5)后整理得:

$$\frac{df(x)}{dx} - \frac{F_{yi}}{2EI} \cdot x^2 = -\frac{df(y)}{dy} + \frac{F_{yi}}{EI} \left(\frac{2+\mu}{2} \cdot y^2 - \frac{1+\mu}{4} \cdot t^2 \right). \quad (7)$$

公式(7)左边是关于 x 的函数,右边是关于 y 的函数,因此,只有两边都等于同一个常数 c_1 时,公式(7)才能成立,即

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{F_{yi}}{2EI} \cdot x^2 + c_1; \quad (8)$$

$$\frac{df(y)}{dy} = \frac{F_{yi}}{EI} \left(\frac{2+\mu}{2} \cdot y^2 - \frac{1+\mu}{4} \cdot t^2 \right) - c_1. \quad (9)$$

积分后得:

$$f(x) = \frac{F_{yi}}{6EI} \cdot x^3 + c_1 x + c_2; \quad (10)$$

$$f(y) = \frac{F_{yi}}{EI} \left(\frac{2+\mu}{6} \cdot y^3 - \frac{1+\mu}{4} \cdot t^2 y \right) - c_1 y + c_3. \quad (11)$$

将 $f(x)$ 、 $f(y)$ 代入公式(6)得:

$$u = -\frac{F_{yi}}{2EI} \cdot x^2 y + \frac{F_{yi}}{EI} \left(\frac{2+\mu}{6} \cdot y^3 - \frac{1+\mu}{4} \cdot t^2 y \right) - c_1 y + c_3; \quad (12)$$

$$w = \frac{\mu F_{yi}}{2EI} \cdot x y^2 + \frac{F_{yi}}{6EI} \cdot x^3 + c_1 x + c_2. \quad (13)$$

式中:常系数 c_1 、 c_2 和 c_3 可由边界条件求得。

由于铰链的右端固定,所以认为右端截面的中点既无线位移也无角位移,从而可得边界条件:

$$u|_{y=0}^{x=l} = 0; w|_{y=0}^{x=l} = 0; \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0}^{x=l} = 0.$$

即有:

$$c_1 = -\frac{F_{yi} l^2}{2EI} - \frac{(1+\mu) F_{yi} t^2}{4EI};$$

$$c_2 = \frac{F_{yi} l^3}{3EI} + \frac{(1+\mu) F_{yi} l t^2}{4EI};$$

$$c_3 = 0.$$

将 c_1 、 c_2 、 c_3 代入公式(12)和公式(13)得铰链中心轴的位移:

$$u = -\frac{F_{yi}}{2EI} \cdot x^2 y + \frac{(2+\mu) F_{yi}}{6EI} \cdot y^3 + \frac{F_{yi} l^2}{2EI} \cdot y;$$

$$w = \frac{\mu F_{yi}}{2EI} \cdot x y^2 + \frac{F_{yi}}{6EI} \cdot x^3 - \frac{F_{yi} l^2}{2EI} \cdot x - \frac{(1+\mu) F_{yi} t^2}{4EI}.$$

$$x + \frac{F_{yi} l^3}{3EI} + \frac{(1+\mu) F_{yi} l t^2}{4EI}.$$

自由端 $i(x=0, y=0)$ 的位移:

$$u_{i1} = 0;$$

$$w_{i1} = \frac{F_{yi} l^3}{3EI} + \frac{(1+\mu) F_{yi} l t^2}{4EI} = \frac{F_{yi} l^3}{3EI} + \frac{3F_{yi} l}{2Gbt}.$$

式中: G 为材料的剪切模量。

1.1.2 柔性铰链左端仅受弯矩 M_{zi} 时

同样由弹性力学得满足相容方程和边界条件的应力函数 Φ 和应力分量分别为:

$$\Phi = \frac{2M_{zi}}{t^3} \cdot y^3;$$

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{12M_{zi}}{t^3} \cdot y, \\ \sigma_y = 0, \\ \tau_{xy} = 0. \end{cases}$$

可得柔性铰链中心轴的位移:

$$\begin{cases} u = -\frac{M_{zi}}{EI} (l-x)y, \\ w = -\frac{M_{zi}}{2EI} (l-x)^2 - \frac{\mu M_{zi}}{2EI} \cdot y^2. \end{cases}$$

自由端 $i(x=0, y=0)$ 的位移为:

$$\begin{cases} u_{i2} = 0, \\ w_{i2} = -\frac{M_{zi} l^2}{2EI}. \end{cases}$$

1.1.3 柔性铰链左端仅受轴向载荷 F_{xi} 时

由胡克定律得:

$$u_{i3} = \frac{F_{xi}}{Ebt}.$$

综上,设柔性铰链满足理想弹性体的小变形假设,可应用叠加原理,故自由端 i 总的位移为:

$$\left. \begin{aligned} u_i &= u_{i1} + u_{i2} + u_{i3} = \frac{F_{xi} l}{Ebt}; \\ w_i &= w_{i1} + w_{i2} = \frac{F_{yi} l^3}{3EI} + \frac{3F_{yi} l}{2Gbt} - \frac{M_{zi} l^2}{2EI}; \\ \theta_i &= \theta_{i1} + \theta_{i2} = -\frac{F_{yi} l^2}{2EI} + \frac{M_{zi} l}{EI}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中: $\theta_{i1} = -\frac{F_{yi} l^2}{2EI}$, $\theta_{i2} = \frac{M_{zi} l}{EI}$ 分别为横向载荷 F_{yi} 和弯矩 M_{zi} 产生的端截面转角,查表可得。

1.2 柔性铰链左端固定右端自由

柔性铰链的变形如图4所示。可求得自由端 j 的位移为:

$$\left. \begin{aligned} u_j &= \frac{F_{xj} l}{Ebt}; \\ w_j &= \frac{F_{yj} l^3}{3EI} + \frac{3F_{yj} l}{2Gbt} + \frac{M_{zj} l^2}{2EI}; \\ \theta_j &= \frac{F_{yj} l^2}{2EI} + \frac{M_{zj} l}{EI}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

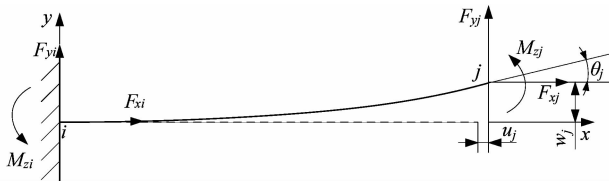


图4 左端固定时柔性铰链的变形情况

Figure 4 Deformation of flexure hinge fixed at left end

2 直角柔性铰链单元的整体刚度矩阵

当柔性铰链左端自由右端固定时,由公式(14)可求得作用于左端的力和力矩为:

$$\left. \begin{aligned} F_{x_i} &= \frac{Ebt}{l} \cdot u_i; \\ F_{y_i} &= \frac{12EIGbt}{Gbt^3 + 18EIL} \cdot w_i + \frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} \cdot \theta_i; \\ M_{z_i} &= \frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} \cdot w_i + \frac{2EI(2Gbt^2 + 9EI)}{Gbt^3 + 18EIL} \cdot \theta_i. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

由铰链右端的受力平衡方程式,可求得右端受到的作用力和力矩为:

$$\left. \begin{aligned} F_{x_j} &= -\frac{Ebt}{l} \cdot u_i; \\ F_{y_j} &= -\frac{12EIGbt}{Gbt^3 + 18EIL} \cdot w_i - \frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} \cdot \theta_i; \\ M_{z_j} &= \frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} \cdot w_i + \frac{2EI(2Gbt^2 - 9EI)}{Gbt^3 + 18EIL} \cdot \theta_i. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$k = \begin{bmatrix} \frac{Ebt}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EIGbt}{Gbt^3 + 18EIL} & \frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} \\ 0 & \frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} & \frac{2EI(2Gbt^2 + 9EI)}{Gbt^3 + 18EIL} \\ -\frac{Ebt}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EIGbt}{Gbt^3 + 18EIL} & -\frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} \\ 0 & \frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} & \frac{2EI(2Gbt^2 - 9EI)}{Gbt^3 + 18EIL} \end{bmatrix}$$

为柔性铰链单元的整体刚度矩阵。

图5所示为柔性铰链单元两端自由时的整体变形情况。

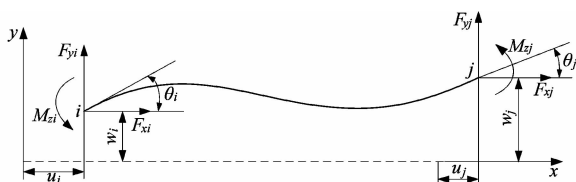


图5 柔性铰链单元整体变形情况

Figure 5 Overall deformation of flexure hinge unit

同理,可求得当柔性铰链左端固定右端自由时,铰链两端受到的作用力和力矩。

左端:

$$\left. \begin{aligned} F_{x_i} &= -\frac{Ebt}{l} \cdot u_j; \\ F_{y_i} &= -\frac{12EIGbt}{Gbt^3 + 18EIL} \cdot w_j + \frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} \cdot \theta_j; \\ M_{z_i} &= -\frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} \cdot w_j + \frac{2EI(2Gbt^2 - 9EI)}{Gbt^3 + 18EIL} \cdot \theta_j. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

右端:

$$\left. \begin{aligned} F_{x_j} &= -\frac{Ebt}{l} \cdot u_j; \\ F_{y_j} &= \frac{12EIGbt}{Gbt^3 + 18EIL} \cdot w_j - \frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} \cdot \theta_j; \\ M_{z_j} &= -\frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} \cdot w_j + \frac{2EI(2Gbt^2 + 9EI)}{Gbt^3 + 18EIL} \cdot \theta_j. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

由公式(16)~(19),可得到当柔性铰链两端的位移 $u_i, w_i, \theta_i, u_j, w_j$ 和 θ_j 都不为零时,柔性铰链在组合变形下的整体刚度

$$F = k\delta. \quad (20)$$

式中:

$$F = [F_{x_i} \ F_{y_i} \ M_{z_i} \ F_{x_j} \ F_{y_j} \ M_{z_j}]^T, \\ \delta = [u_i \ w_i \ \theta_i \ u_j \ w_j \ \theta_j]^T,$$

$$k = \begin{bmatrix} \frac{Ebt}{l} & 0 & 0 & -\frac{Ebt}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EIGbt}{Gbt^3 + 18EIL} & \frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} & 0 & -\frac{12EIGbt}{Gbt^3 + 18EIL} & \frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} \\ 0 & \frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} & \frac{2EI(2Gbt^2 + 9EI)}{Gbt^3 + 18EIL} & 0 & -\frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} & \frac{2EI(2Gbt^2 - 9EI)}{Gbt^3 + 18EIL} \\ -\frac{Ebt}{l} & 0 & 0 & \frac{Ebt}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EIGbt}{Gbt^3 + 18EIL} & -\frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} & 0 & \frac{12EIGbt}{Gbt^3 + 18EIL} & -\frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} \\ 0 & \frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} & \frac{2EI(2Gbt^2 - 9EI)}{Gbt^3 + 18EIL} & 0 & -\frac{6EIGbt}{Gbt^2 + 18EI} & \frac{2EI(2Gbt^2 + 9EI)}{Gbt^3 + 18EIL} \end{bmatrix},$$

3 有限元分析验证柔度公式的正确性

由公式(15)可得柔性铰链的柔度矩阵

$$C = \begin{bmatrix} \frac{l}{Ebt} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{l^3}{3EI} + \frac{3l}{2Gbt} & \frac{l^2}{2EI} \\ 0 & \frac{l^2}{2EI} & \frac{l}{EI} \end{bmatrix}.$$

由此可知,当柔性铰链自由端仅受弯矩 M_z 作用时,课题组求出的横向位移(即挠度)与材料力学中给

出的悬臂梁在弯矩作用下的位移完全相同,都为 $w = M_z l^2 / (2EI)$,说明了课题组求得柔度公式的正确性。而当横向载荷 F_y 单独作用于柔性铰链自由端时,课题组求出的横向位移 $w = F_y l^3 / (3EI) + 3F_y l / (2Gbt)$ 与材料力学中的位移 $w = F_y l^3 / (3EI)$ 有所不同,两者相差 $3F_y l / (2Gbt)$ 。课题组用有限元分析的方法验证横向载荷 F_y 作用下课题组所求出的柔度 $C_{y-F_y} = l^3 / (3EI) + 3l / (2Gbt)$ 的精确性。

取6组柔性铰链,具体尺寸如表1所示,在三维软件 SolidWorks 中建立实体模型,并将其导入有限元分

析软件 ANSYS Workbench 中,材料选为硬铝合金,弹性模量 $E = 71 \text{ GPa}$,泊松比 $\mu = 0.33$,且使其一端固定一端自由。柔性铰链的有限元模型如图6所示,当铰链自由端受到 F_y 作用时,分别用材料力学公式 $C_{y-F_y} = l^3 / (3EI)$ 和课题组提出的公式 $C_{y-F_y} = l^3 / (3EI) + 3l / (2Gbt)$ 求出柔性铰链的柔度,并将两者与有限元分析的结果进行比较。 e_1, e_2 分别为材料力学解和本文解析解与有限元分析解的误差。图7所示为柔性铰链有限元变形情况。

表1 柔性铰链的尺寸及其对应的柔度 C_{y-F_y} 计算结果与误差

Table 1 Dimensions of flexure hinge and calculation results and errors of flexibility C_{y-F_y}

组别	b/mm	t/mm	l/mm	t/l	柔度 $C_{y-F_y} \times 10^{-6} / (\text{m} \cdot \text{N}^{-1})$			误差 $e_1/\%$	误差 $e_2/\%$
					材料力学解	本文解析解	有限元分析解		
1	1	0.5	5	1/10	56.338 000	56.900 000	55.865 000	0.846 7	1.853 0
2	1	1.0	8	1/8	28.845 000	29.295 000	28.896 000	0.176 4	1.380 0
3	1	2.0	10	1/5	7.042 300	7.323 200	7.193 300	2.099 0	1.806 0
4	1	4.0	10	2/5	0.880 280	1.020 800	0.982 760	10.430 0	3.871 0
5	1	6.0	12	1/2	0.450 700	0.563 100	0.537 130	16.090 0	4.835 0
6	1	10.0	10	1	0.056 338	0.112 540	0.104 270	45.970 0	7.931 0

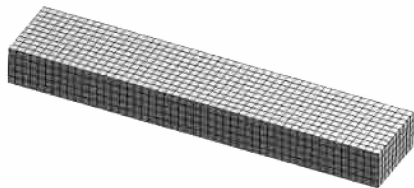


图6 柔性铰链有限元模型

Figure 6 Finite element model of flexure hinge

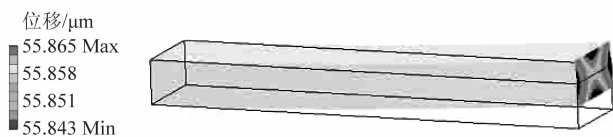


图7 柔性铰链有限元变形情况

Figure 7 Finite element deformation of flexure hinge

由表1的计算结果可知,当柔性铰链的宽度为定值时,随着 t/l (柔性铰链高度与长度之比) 的增加,误差 e_1 和 e_2 的数值总体上呈现出逐渐增大的趋势。当 $t/l \leq 1/5$ 时, e_1 和 e_2 都比较小,说明此时用2种方法求解柔性铰链的柔度都能得到比较高的精确度;当 $t/l > 1/5$ 时, $e_1 > e_2$,且 e_1 急剧增大,说明此时材料力学解的误差较大,而本文解析解的误差相对较小,有较高的精度。

4 结语

1) 课题组对平面上受复合载荷作用的直角柔性铰链单元,采用弹性力学中的逆解法,先根据单个载荷作用下的应力函数和应力分量,推出自由端的分位移,再由叠加法求得总位移,由此得到柔性铰链的柔度。

2) 课题组求出了直角柔性铰链单元两端都有位移时的整体刚度矩阵。

3) 课题组在横向载荷作用下,对推出的直角柔性铰链的柔度进行了有限元仿真验证,由于考虑了剪切力对位移的影响,求得的柔度公式具有较高的精确度,特别是当柔性铰链的高度与长度之比 $t/l > 1/5$ 时,本文的解析解比材料力学解更加精确;而在弯矩作用下,本文柔度公式与材料力学公式完全相同。

4) 课题组用弹性力学方法研究了直角柔性铰链的力学特性,得到了比较精确的柔度计算公式,为深入研究柔性铰链的机械性能提供了参考;对用弹性力学的方法研究其他类型的柔性铰链也有一定的参考意义。

参考文献:

- [1] 吴鹰飞,周兆英. 柔性铰链的应用[J]. 中国机械工程,2002,13(18):1615-1618.
- [2] 于靖军,裴旭,毕树生,等. 柔性铰链机构设计方法的研究进展[J]. 机械工程学报,2010,46(13):2-13.

(下转第32页)