[研究・设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2019.04.001

反对称热流边界条件下双弥散多孔 介质内对流传热研究

王启家, 王克用, 李培超

(上海工程技术大学 机械与汽车工程学院,上海 201620)

摘 要:在多孔介质研究中一般施加对称热流或温度边界条件,为了探究反对称热流边界条件下双弥散多孔介质平板通 道内的强迫对流传热,课题组基于 Neild-Kuznetsov 双速度双温度方程进行研究。应用正常模式降阶法,求得两相速度解 析解;应用间接解耦法,求得两相温度解析解。计算结果表明:反对称加热方式对双弥散多孔介质的传热特性有较大的 影响,而对称加热情形传热率最高;双弥散多孔介质平板通道存在临界有效导热系数比 k_{er},当 k > k_{er}时,两相无量纲温度 之间的关系发生变化;双弥散效应增强,对流换热效果提升。文中解析解可应用于任意热流比情形下的双弥散多孔介质 平板通道传热分析。

关键 词:双称散多孔介质;反对称热流;强迫对流;解析解
 中图分类号:TK124 文献标志码:A 文章编号:1005-2895(2019)04-0001-08

Convective Heat Transfer in Bi-Disperse Porous Media under Asymmetric Heat Flux Boundary Conditions

WANG Qijia, WANG Keyong, LI Peichao

(School of Mechanical and Automotive Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

Abstract: Symmetric heat flux or temperature boundary conditions are generally imposed in the study of porous media. Based on the Neild-Kuznetsov two-velocity two-temperature equation, the forced convective heat transfer in a parallelplate channel filled with a bi-disperse porous medium was analyzed under the asymmetric heat flux boundary condition. The analytical solution of two-phase velocities were obtained by using the normal mode reduction method and that of twophase temperatures were done by using the indirect decoupling method. The results indicate that asymmetric heating has great influence on the thermal characteristics of bi-disperse porous medium, however, the symmetrical heating leads to the highest heat transfer rate. There is critical effective thermal conductivity ratios (k_{er}) in the bi-disperse porous medium. When $k > k_{er}$, the relationship between the dimensionless temperature of the two phases changes. An enhancement in the bi-dispersion effects leads to an increase in the heat transfer rate. Finally, the asymptotic behavior of Nusselt number was also investigated. The present analytical solutions can be applied to the thermal analysis of bidisperse porous parallel-plate channels under arbitrary heat flux ratios.

Keywords: bi-disperse porous medium; asymmetric heat flux; forced convection; analytical solution

常规多孔介质仅含流体相与固相,流体分布于固 相形成的孔隙内,因而只有单孔隙度特征,也称为单弥 散多孔介质(MDPM)。还有一种多孔介质,最早由 Chen 等人^[1]提出,可以看作是常规多孔介质的固相被 另外一种常规多孔介质所代替,这种多孔介质明显具 有双重孔隙度特征,因而称之为双弥散多孔介质

收稿日期:2019-01-08;修回日期:2019-04-18

基金项目:上海工程技术大学科研创新项目(17KY0122)。

第一作者简介:王启家(1991),男,山东济宁人,硕士研究生,主要研究方向为多孔介质传热。通信作者:王克用(1975),男,河 北唐山人,博士,副教授,主要研究方向为 Trefftz 有限元法与多孔介质传热。E-mail:k. y. wang@126.com

(BDPM)。多数研究者将常规多孔介质形成的固相称 为多孔相或 p 相,其余部分称为裂纹相或 f 相^[2-5]。

双弥散多孔介质与常规多孔介质相比,具有更大 的比表面积,一般认为更有利提高传热^[6-8]。在多孔介 质的研究中,为了降低研究难度,获得传热行为的本 质,往往施加均匀温度或均布热流边界条件。Neild 等[3]393-402研究了壁面恒温情况下,饱和双弥散多孔介 质平板通道中强迫对流发展传热过程,采用双速度双 温度模型,给出了f相和 p相速度和温度分布的解析 解。研究结果表明:温度分布随双弥散强度的增加而 发生显著变化,具有双孔隙度特征的双弥散多孔介质 在一定条件下能有效提高传热率。Narasimhan 等^[9]对 具有双弥散多孔介质特征的发热电子设备进行了数值 分析。他们探讨了双弥散性对传热和压降的影响,结 果表明随着通道内双弥散效应增强,可有效强化换热 并降低压降,为电子设备或数据中心提供有价值的热 管理理论指导。王克用等^[10]将多孔骨架发热效应引 入到现有的双速度双温度模型中,研究了在热充分发 展的恒热流边界条件下多孔骨架相和裂纹相的温度分 布及传热特征,推导了两相温度分布和 Nusselt 数的解 析解,发现多孔骨架发热效应会导致 Nusselt 数出现不 连续特征。

尽管双弥散多孔介质传热方面有着很多研究成 果,但反对称热流边界条件对双弥散多孔介质平板通 道内强迫对流传热的影响尚未涉及。课题组将反对称 热流边界条件引入到现有的双弥散多孔介质传热理论 中,分析充分发展区的速度与温度分布及传热特征。

1 数学模型与求解

图1 所示为双弥散多孔介质平板通道内的强迫对 流示意图。通道宽为2H,不可渗透的上下壁面分别施 加反对称恒定均布热流 q_{w2}和 q_{w1},恒定压力梯度驱动 工质沿 x 方向流动。假设:工质是不可压缩的、稳定的 且黏性耗散忽略不计;流动与传热是充分发展的;裂纹 相与多孔相的热物理性质不依赖于温度;自然对流、辐 射忽略不计。由于双弥散多孔介质两相间独立的热物 理性质,f 相和 p 相交界面处存在较大的热阻,导致两 相间的局部温差显著。因此,笔者考虑双弥散多孔介 质局部热非平衡情形。

基于以上假设,结合 Nield 和 Kuznetsov^[2,11]的工作,可给出双弥散多孔介质流动与传热系统的两相控制方程。

1.1 动量方程及求解

在稳态工况下,双弥散多孔介质平板通道内的流



图 1 流体流经双弥散多孔介质平板通道示意图 Figure 1 Schematic diagram of flow through parallelplate channel filled with bi-disperse porous medium 体为层流,流体的 Brinkman-Darcy 扩展动量方程为:

$$\mu_{\rm f,eff} \frac{{\rm d}^2 u_{\rm f}}{{\rm d}y^2} - \mu \, \frac{u_{\rm f}}{K_{\rm f}} + \xi_{\rm pf} (u_{\rm p} - u_{\rm f}) + G = 0; \qquad (1)$$

$$\mu_{\rm p,eff} \frac{{\rm d}^2 u_{\rm p}}{{\rm d}y^2} - \mu \frac{u_{\rm p}}{K_{\rm p}} - \xi_{\rm pf} (u_{\rm p} - u_{\rm f}) + G = 0_{\circ} \qquad (2)$$

式中: u_{f} 和 u_{p} 分别为f和 p相内流体的速度; μ 为流体 动力黏度, $\mu_{f,eff}$ 和 $\mu_{p,eff}$ 为两相有效动力黏度; K_{f} 和 K_{p} 分 别为两相的渗透率;G = -dp/dx,为外加压力梯度的 负值; ξ_{pf} 为相间动量传递系数,可用实验方法测定^[12]。

考虑无滑移边界条件与对称边界条件:

$$u_{\rm f}|_{y=H} = u_{\rm p}|_{y=H} = 0;$$
 (3)

$$\left. \frac{\mathrm{d}u_{\mathrm{f}}}{\mathrm{d}y} \right|_{y=0} = \frac{\mathrm{d}u_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}y} \right|_{y=0} = 0_{\circ} \tag{4}$$

为获得通道内流动与传热的本质,将上述方程进 行无量纲化,所用无量纲参数如下:

$$Y = \frac{y}{H}; U_{\rm f} = \frac{\mu u_{\rm f}}{GH^2}; U_{\rm p} = \frac{\mu u_{\rm p}}{GH^2};$$

$$\Psi = \frac{\xi_{\rm pf}H^2}{\mu}; M_{\rm f} = \frac{u_{\rm f, eff}}{\mu}; M_{\rm p} = \frac{u_{\rm p, eff}}{\mu};$$

$$Da_{\rm f} = \frac{K_{\rm f}}{H^2}; Da_{\rm p} = \frac{K_{\rm p}}{H^2} \circ$$

$$(5)$$

式中: Da_{f} 和 Da_{p} 分别为两相的达西数; U_{f} 和 U_{p} 分别为 两相无量纲速度; M_{f} 和 M_{p} 分别为两相动力黏度比; Ψ 为相间无量纲动量传递系数。

相应地,式(1)~(4)可写成:

$$M_{\rm f} \frac{{\rm d}^2 U_{\rm f}}{{\rm d}Y^2} - \frac{U_{\rm f}}{Da_{\rm f}} + \Psi(U_{\rm p} - U_{\rm f}) + 1 = 0; \qquad (6)$$

$$M_{\rm p} \frac{{\rm d}^2 U_{\rm p}}{{\rm d}Y^2} - \frac{U_{\rm p}}{Da_{\rm p}} + \Psi (U_{\rm f} - U_{\rm p}) + 1 = 0; \qquad (7)$$

$$U_{\rm f}|_{Y=1} = U_{\rm p}|_{Y=1} = 0; \qquad (8)$$

$$\left. \frac{\mathrm{d}U_{\mathrm{f}}}{\mathrm{d}Y} \right|_{Y=0} = \frac{\mathrm{d}U_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}Y} \right|_{Y=0} = 0_{\circ} \tag{9}$$

为简单起见且不失去一般性,通常假定 $\mu_{f,eff}$ =

 $\mu_{p,eff} = \mu$,因此 $M_f = M_p = 1^{[13-14]}$ 。采用 Magyari^[15]提出 的正常模式降阶法,速度分布解析解为:

$$U_{\rm f} = A_3 - A_5 B_1 \cosh(\omega_1 Y) + B_2 \cosh(\omega_2 Y); \quad (10)$$
$$U_{\rm p} = A_4 + B_1 \cosh(\omega_1 Y) + A_5 B_2 \cosh(\omega_2 Y)_{\circ} \quad (11)$$

其中,

$$A_{1} = \Psi + \frac{1}{Da_{f}}; A_{2} = \Psi + \frac{1}{Da_{p}};$$

$$A_{3} = \frac{(1 + 2\Psi Da_{p})Da_{f}}{1 + \Psi (Da_{f} + Da_{p})}; A_{4} = \frac{(1 + 2\Psi Da_{f})Da_{p}}{1 + \Psi (Da_{f} + Da_{p})};$$

$$A_{5} = \frac{A_{1} - A_{2}}{2\Psi} + \sqrt{1 + \left(\frac{A_{1} - A_{2}}{2\Psi}\right)^{2}};$$

$$\omega_{1}^{2} = \Psi \left[\frac{A_{1} + A_{2}}{2\Psi} + \sqrt{1 + \left(\frac{A_{1} - A_{2}}{2\Psi}\right)^{2}}\right];$$

$$\omega_{2}^{2} = \Psi \left[\frac{A_{1} + A_{2}}{2\Psi} - \sqrt{1 + \left(\frac{A_{1} - A_{2}}{2\Psi}\right)^{2}}\right];$$

$$B_{1} = \frac{A_{3}A_{5} - A_{4}}{(1 + A_{5}^{2})\cosh(\omega_{1})}; B_{2} = -\frac{A_{3} + A_{4}A_{5}}{(1 + A_{5}^{2})\cosh(\omega_{2})}$$

1.2 能量方程与求解

在局部热非平衡条件下,双弥散多孔介质的能量 方程可表示为

$$k_{\text{f,eff}} \frac{\partial^2 T_{\text{f}}}{\partial y^2} + h_{\text{pf}} a_{\text{pf}} (T_{\text{p}} - T_{\text{f}}) = \rho c_{pr} u_{\text{f}} \frac{\partial T_{\text{f}}}{\partial x}; \quad (12)$$

$$k_{\text{p,eff}} \frac{\partial^2 T_{\text{p}}}{\partial y^2} + h_{\text{pf}} a_{\text{pf}} (T_{\text{f}} - T_{\text{p}}) = \rho c_{pr} u_{\text{p}} \frac{\partial T_{\text{p}}}{\partial x} \quad (13)$$

式中: T_{f} 和 T_{p} 分别为f 相和 p 相温度; ρ 为流体密度; c_{pr} 为比定压热容; h_{pf} 为相间传热系数,它取决于多孔基 质和饱和流体的性质; $k_{f,eff}$ 和 $k_{p,eff}$ 为f 相和 p 相有效导 热系数,这里 $k_{f,eff} = \Phi k_{f}, k_{p,eff} = (1 - \Phi) k_{p}, \Phi$ 为f 相体 积分数。

如果 p 相变成固体的话, **Φ** 就是常规多孔介质的 孔隙率^[16]。换句话说, 常规多孔介质对应于双弥散多 孔介质中的 p 相渗透率足够小的情况, 并且等式(12) 和(13) 中左边第 1 和第 2 项分别表示两相的横向热 传导和换热, 右边项分别为两相的对流传热。

两相温度的求解过程类似于在局部热非平衡条件 下求解流体饱和单弥散多孔介质。由于通道壁的低热 阻和温度连续性^[17],假定两相在通道壁上的温度是相 同的。因此,施加于上下壁面的反对称热流边界条件 可写成:

$$T_{\rm f} \big|_{y=H} = T_{\rm p} \big|_{y=H} = T_{\rm w_2}; \tag{14}$$

$$T_{\rm f} \big|_{y = -H} = T_{\rm p} \big|_{y = -H} = T_{\rm w_1} \, \circ \tag{15}$$

式中:*T*_{w1}和*T*_{w2}分别为下壁面和上壁面温度,壁面温度 不是已知量,需要推导温度解析解后才能获得。对于 恒定热流边界条件下的充分发展传热,能量方程略去 了沿流动方向的热传导项,因为它对能量传递的贡献 可以忽略不计^[18]。因此,沿流动方向的温度梯度与纵 向坐标无关^[19],这导致

$$\frac{\partial T_{\rm f}}{\partial x} = \frac{\partial T_{\rm p}}{\partial x} = c_{\rm o} \tag{16}$$

式中 c 为常数。

当有限厚度的高导热率固体基底贴附于常规多孔介质时,施加于壁面的热流会根据固相与液相的有效导热系数和温度梯度进行相间分配,双弥散多孔介质也有类似的分配规律^[10],即

$$q_{w_2} = k_{f, eff} \frac{\partial T_f}{\partial y} \bigg|_{y=H} + k_{p, eff} \frac{\partial T_p}{\partial y} \bigg|_{y=H}; \qquad (17)$$

$$q_{w_{1}} = k_{f, eff} \frac{\partial T_{f}}{\partial y} \bigg|_{y = -H} - k_{p, eff} \frac{\partial T_{p}}{\partial y} \bigg|_{y = -H}$$
(18)

为了求得温度解析解,需先对式(12)和(13)相加 后再沿通道截面进行积分,结合式(16)~(18),可 得到

$$\frac{\partial T_{\rm f}}{\partial x} = \frac{q_{\rm w_1} + q_{\rm w_2}}{2H\rho c_{\rm pr} u_{\rm m}} \,^{\circ} \tag{19}$$

式中: $u_{\rm m} = \frac{1}{2H} \int_{-H}^{H} H(u_{\rm f} + u_{\rm p}) \,\mathrm{d}y$ 为体积平均速度。

同样地,引入无量纲参数:

$$\theta = \frac{2k_{p,eff}(T - T_{w_{1}})}{(q_{w_{1}} + q_{w_{2}})H}; k = \frac{k_{f,eff}}{k_{p,eff}};$$

$$Bi = \frac{h_{pf}a_{pf}H^{2}}{k_{p,eff}}; \hat{U}_{f} = \frac{U_{f}}{U_{m}} = \frac{u_{f}}{u_{m}};$$

$$\hat{U}_{p} = \frac{U_{p}}{U_{m}} = \frac{u_{p}}{u_{m}} \circ$$

$$(20)$$

式中:*Bi* 为 Biot 数,代表双弥散多孔介质相间换热的 强度;*k* 为有效导热系数比;*θ* 为无量纲温度;*U*_m 为 f 相和 p 相无量纲速度之和的横截面平均值。

$$U_{\rm m}$$
定义为:
 $U_{\rm m} = \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} (U_{\rm f} + U_{\rm p}) dY = (A_3 + A_4) +$

 $\frac{(1+A_5)B_1}{\omega_1}\sinh(\omega_1) + \frac{(1+A_5)B_2}{\omega_2}\sinh(\omega_2)_{\circ}$ 则式(12)~(15)转化为无量纲形式:

$$k \frac{\mathrm{d}^2 \theta_{\mathrm{f}}}{\mathrm{d}Y^2} + Bi(\theta_{\mathrm{p}} - \theta_{\mathrm{f}}) = \frac{U_{\mathrm{f}}}{U_{\mathrm{m}}}; \qquad (21)$$

$$\frac{\mathrm{d}^{2}\theta_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}Y^{2}} + Bi(\theta_{\mathrm{f}} - \theta_{\mathrm{p}}) = \frac{U_{\mathrm{p}}}{U_{\mathrm{m}}}; \qquad (22)$$

$$\theta_{f}|_{Y=1} = \theta_{p}|_{Y=1} = \theta_{w_{2}}; \qquad (23)$$

$$\theta_{\rm f}|_{Y=-1} = \theta_{\rm p}|_{Y=-1} = 0_{\rm o} \tag{24}$$

艮据回接解耦法^[20] 可得:
$$\theta_{\ell}(Y) = \theta_{2}(Y) + C_{2}e^{Y/\overline{\lambda}} + C_{4}e^{-Y/\overline{\lambda}};$$
 (25)

$$\theta_{\rm p}(Y) = \theta_{\rm 1}(Y) - k\theta_{\rm f}(Y)_{\circ} \qquad (26)$$

 $(1 + L) \wedge$

式中:

$$\lambda = \frac{Bi(1+k)}{k}; C_1 = \frac{(1+k)\theta_{w_2}}{2};$$
$$C_2 = \frac{(1+k)\theta_{w_2}}{2} - \frac{A_3 + A_4}{2U_m} - \frac{(1-A_5)B_1}{\omega_1^2 U_m} \cosh(\omega_1) - \frac{(1-A_5)B_1}{\omega_1^2 U_m}$$

$$\begin{aligned} \frac{(1+A_5)B_2}{\omega_2^2 U_{\rm m}} {\rm cosh} \ (\omega_2) \ ; \\ C_3 &= \frac{{\rm e}^{-\sqrt{\lambda}}\theta_2(\ -1) \ + {\rm e}^{\sqrt{\lambda}} [\ \theta_{\rm w_2} - \theta_1(1)\]}{2{\rm sinh} \ (2\ \sqrt{\lambda})} ; \\ C_4 &= -{\rm e}^{-\sqrt{\lambda}}\theta_2(\ -1) \ - C_3 {\rm e}^{-2\sqrt{\lambda}} ; \\ \theta_1(\ Y) \ &= \frac{A_3 + A_4}{2U_{\rm m}} Y^2 \ + \frac{(1-A_5)B_1}{\omega_1^2 U_{\rm m}} {\rm cosh} \ (\ \omega_1 Y) \\ \frac{(1+A_5)B_2}{\omega_2^2 U_{\rm m}} {\rm cosh} \ (\ \omega_2 Y) \ + C_1 Y + C_2 ; \end{aligned}$$

$$\theta_2$$
 (Y) = $-\frac{D_1}{\lambda}$ + $\frac{D_2}{\lambda}$ Y + $\frac{2D_3 + \lambda Y^2 D_3}{\lambda^2}$ +

$$\frac{D_{4}\cosh(\omega_{1}Y)}{\lambda - \omega_{1}^{2}} - \frac{D_{5}\cosh(\omega_{2}Y)}{\lambda - \omega_{2}^{2}};$$

$$D_{1} = \frac{A_{3}}{kU_{m}} - \frac{BiC_{2}}{k}; D_{2} = \frac{BiC_{1}}{k}; D_{3} = \frac{Bi(A_{3} + A_{4})}{2kU_{m}};$$

$$D_{4} = \frac{A_{5}B_{1}}{kU_{m}} + \frac{Bi(1 - A_{5})B_{1}}{kU_{m}\omega_{1}^{2}}; D_{5} = \frac{B_{2}}{kU_{m}} - \frac{Bi(1 + A_{5})B_{2}}{kU_{m}\omega_{2}^{2}},$$
为求得上壁面温度,將式(17)作无量纲化,得.

 $d\theta_{\ell} = d\theta_{\ell}$

$$k \left. \frac{\mathrm{d} \sigma_{\mathrm{f}}}{\mathrm{d} Y} \right|_{Y=1} + \frac{\mathrm{d} \sigma_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d} Y} \right|_{Y=1} = 2 \Omega_{\mathrm{w}} \, \circ \tag{27}$$

式中: $\Omega_w = q_{w_2}/(q_{w_1} + q_{w_2})$ 为壁面热流比,它反映平板 通道上下壁面热流分配的比例。当 $\Omega_w > 1/2$ 时,上壁 热流大于下壁;当 $\Omega_w < 1/2$ 时,则情形相反。显然,当 $\Omega_w = 1/2$ 时,下壁、上壁的热流相等。

将式(25)和(26)代入到式(27)可得:

$$\theta_{w_2} = \frac{4\Omega_w - 2}{1 + k} \, \circ \tag{28}$$

1.3 Nusselt 数的计算

平板通道下上壁面的对流换热系数分别定义为:

$$h_{w_1} = \frac{q_{w_1}}{T_{w_1} - T_b}; h_{w_2} = \frac{q_{w_2}}{T_{w_2} - T_b}$$
(29)

基于双弥散多孔介质的等效导热系数 $k_{eq} = k_{p,eff} + k_{f,eff}$,并以平板通道的宽度 2*H* 作为特征长度,相应的 壁面 Nu 数可表示为:

$$Nu_{w_{1}} = \frac{2Hh_{w_{1}}}{k_{eq}} = \frac{4(\Omega_{w} - 1)}{(1 + k)\theta_{b}};$$
$$Nu_{w_{2}} = \frac{2Hh_{w_{2}}}{k_{eq}} = \frac{4\Omega_{w}}{(1 + k)(\theta_{w_{2}} - \theta_{b})} \circ$$

为了利用平板通道的有效换热面积对其传热性能 进行研究,可定义平行板有效换热面积的平均传热系 数为:

$$\bar{h} = \frac{1}{A_{\rm s} \int h_{\rm w} dA_{\rm s}} \, (30)$$

相应地,描述平均对流传热系数的 Nu 数可写成:

$$Nu = \frac{2H\bar{h}}{k_{\rm eq}} = \frac{4(\Omega_{\rm w}\theta_{\rm w_2} - \theta_{\rm w_2} + \theta_{\rm b})}{(1+k)\theta_{\rm b}(\theta_{\rm w_2} - \theta_{\rm b})^{\circ}}$$
(31)

式中: $T_{\rm b}$ 和 $\theta_{\rm b}$ 分别为有量纲和无量纲的两相流体平均温度。

$$\begin{split} T_{\rm b} & \pi \, \theta_{\rm b} \overline{\mathrm{J}} \, \overline{\mathrm{R}} \overline{\mathrm{A}} \, \overline{\mathrm{B}} \, \overline{\mathrm{J}} \, \overline{\mathrm{H}} \overline{\mathrm{I}} \, \overline{\mathrm{H}} \overline{\mathrm{I}} \, \overline{\mathrm{H}} \overline{\mathrm{I}} \, \overline{\mathrm{H}} \, \overline{\mathrm{I}} \, \overline{\mathrm{I}}$$

式中: \overline{u} 和 \overline{U} 分别为有量纲和无量纲两相流体的平均速度。

和
$$U$$
可表示为:

$$\overline{u} = \frac{1}{2H} \int_{-H}^{H} [\Phi u_{f} + (1 - \Phi)u_{p}] dy;$$

$$\overline{U} = \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} [\Phi U_{f} + (1 - \Phi)U_{p}] dY_{o}$$

2 结果与讨论

и

2.1 解析解验证

为了验证本文解析解的正确性,我们将本文解析 解退化到常规多孔介质情形,即取 $Da_p \rightarrow 0 = \Psi \rightarrow 0$ 。 另外,设定参数 $Bi = 0.5, k = 0.049, Da_f = 0.1, \Omega_w = 1/2$ 2 或 3/4 进行计算。由图 2 可明显观察到,所得解析 解与 Ting 等人^[21]的常规多孔介质对称热流与反对称 热流情形下的解析解非常一致,其中 θ_{nf} 和 θ_s 分别为参 考文献[21]中纳米流体温度和固相温度。

2.2 传热分析

需要指出的是,若无特别说明,在计算中取(Da_{f} , Da_{p}) = (0.1,0.01), Bi = 0.5, k = 0.1, Ω_{w} = 1/2, Φ = 0.9和 Ψ = 1。图3给出了不同热流比 Ω_{w} 下双弥散多 孔介质两相无量纲温度的分布情况。由图可以看出, 平板通道壁面处两相无量纲温度 θ_{f} 和 θ_{p} 相同,且在下 壁面处两相无量纲温度等于零;而上壁面处两相无量 纲温度 $\theta_{w_{2}}$ 随着热流比 Ω_{w} 的增大而提高。当 Ω_{w} = 0 时,壁面热流集中于下壁面,上壁面处于绝热情形, θ_{p}



图 2 解析解的对比



由下壁面的最高值逐渐下降到上壁面的最低值。对于 $\theta_{\rm f}$,虽然同样因为远离热流壁面而温度下降,但由于对 流换热的影响, $\theta_{\rm f}$ 的最低温度发生在平板通道的中面。 当 $\Omega_{\rm w} = 1/2$ 时,平板通道壁面受到对称加热,总输入 热流均匀地分布在平板通道的上下壁面,因此两相温 度沿通道的中面是对称的,且壁面无量纲温度都等于 零。当 $\Omega_{\rm w} = 3/4$ 时,上壁面的输入热流是下壁面的3 倍,故上壁面的实际温度比下壁面高,即上壁面的两相 无量纲温度 $\theta_{\rm f}$ 和 $\theta_{\rm p}$ 均为正值,其值是3种热流比中最 高的。从中我们可以发现壁面加热方式的不对称性对 双弥散多孔介质的传热特征有显著影响,且在总输入 热流一定的情况下,对称加热情形下的两相温度平均 值高于具有绝热壁面的情形。

图 4 给出了 $\Omega_w = 1/2 \ \pi (Da_f, Da_p) = (0.1, 0.01)$ 情形下两相无量纲温度沿横截面的变化。对于给定的 $k 与 Bi, 由于 \Omega_w = 1/2, 即壁面输入热流是均匀分配$ 的,因而两相无量纲温度都是沿着通道中面对称分布的,且中面处温度最低,此时温差达到最大。正如所期望的,随着 <math>k 的增大, 传热能力增强, 两相温度都趋近 壁面温度。从图 4 的 2 个分图可以看出, 随着 Bi 的增 强, 两相间换热能力增强, 因而 f 相与 p 相的温差减











小。从图 4 还可以发现,当 *k* 的值上升到其临界值 k_{er} 时,f 相和 p 相温度之间的关系可能会发生变化。当 k = 0.1 时, $\theta_f < \theta_p (T_f < T_p)$;而当 k = 10 时, $\theta_f > \theta_p$ $(T_f > T_p)$ 。然而,常规多孔介质传热中不存在临界值 现象。图 5 中所表达的信息类型与图 4 非常相似,但 图 5 中选取的 f 相 Da 数非常高而 p 相 Da 数保持不 变,即(Da_f, Da_p) = (1.0,0.01)。通过比较图 4 与图 5 可以发现,随着 Da_f 的增大, θ_f 逐渐降低,从物理角度 讲,当 f 相 Da 数增加时,平板通道内 f 相的渗透率增 大,因而 f 相的流体流动更加容易,其速度显著提高, 更多的热量会被输运,导致 f 相的无量纲温度降低。 相比之下, Da_{f} 的变化,对 θ_{p} 的影响并不明显,但总体会 随着 θ_{f} 的下降而下降。





为了研究双弥散多孔介质平板通道的换热现象, 图 6 绘制了 Nu 随着热流比 Ω_w 的变化曲线。从图中可 以看出,当 $\Omega_w = 0$ 时,下壁面 Nu_{w_1} 最高,此时上壁面处 于绝热状态。随着 Ω_w 的增加, Nu_{w_1} 减小,且在 $\Omega_w = 1$ 时降为零。从物理角度讲,当 $\Omega_w = 0$ 时,下壁面的输 入热流最大,导致下壁面的传热率最高。当 $\Omega_w = 1$ 时,通道的下壁面是绝热的,因此在下壁面不发生传 热。而上壁面 Nu_{w_2} 则呈现相反趋势。另一方面,在 $\Omega_w = 0$ 和 $\Omega_w = 1$ 的 2 种情况中,描述上下壁面平均传 热率的 Nu 数是最低的,平板通道处于不对称加热状 态,而且其中一个壁面是绝热的。由此可以看出,即使 总输入热流相同,壁面热流的分布方式仍会对双弥散 多孔介质通道的传热特征产生重要的影响。

图 7 给出了 *Da_f* = 1 和 *k* = 1 情况下平均 *Nu* 数随 *Bi* 数和 p 相 *Da* 数的变化情况。由图可以看出, *Nu* 随 着 *Bi* 的增大而增大。在 *Bi* 一定时, *Nu* 随着 *Da_p*的增





加而增大,这是由于 Da_p 的增大,流体与多孔骨架的接触面积增大,使得双弥散多孔介质内的动量传递更显著,进而改善了换热性能。当 Bi 充分大时,双弥散多孔介质平板通道的 Nu 数逐渐逼近局部热平衡解。在 $Bi \in [10^{-6}, 10^{6}]$ 范围内,双弥散多孔介质表现出比常 规多孔介质更好的传热性能,但只有当 Bi 较小时传热性能的改善才更加显著。



图7 不同双弥散效应下平均 Nu 数随 Bi 数的变化

Figure 7 Variation of average *Nu* number with *Bi* number under different bi-dispersion effects

图 8 给出了不同 Da 数组合下平均 Nu 数随有效 导热系数比 k 的变化情况。由图可以看出,当 Da_p不 为零时,随着 k 的增加,Nu 逐渐增大直至峰值,然后迅 速下降到零。关于这一现象,我们可从图 4 和 5 中得 到解释,在接近临界导热系数 k_{er}之前,f 相温度低于 p 相温度,而当 k > k_{er}时,呈现相反的趋势。由这 2 个分 图可以看出,在相同双弥散度下,当 k 低于 0.01 时,Nu 随着 Bi 的增加而增加,且在 Bi 较低时,Nu 的峰值更 高。如前所述,常规多孔介质平板通道并未出现临界 导热系数比,当 k 充分大时,平均 Nu 数趋向渐近值。



图 8 不同 Da 数下平均 Nu 数随 有效导热系数比的变化 Figure 8 Variation of average Nu number with effective thermal conductivity ratio under different Da numbers

3 结论

课题组对双弥散多孔介质平板通道内的强迫对流 流动进行了理论研究。在平板通道上下壁面施加不同 的均布热流,推导了充分发展区域的双弥散多孔介质 平板通道f相和p相速度和温度分布的无量纲解析 解。当总输入热流一定时,壁面对称加热的方式传热 效率最高。在给定参数下,当 $\Omega_{w} = 1/2$ 时,平均Nu数 的峰值达到2.47。显然地,双弥散多孔介质表现出独 特的流动和换热特征。参数分析表明:双弥散多孔介 质平板通道存在临界有效导热系数比 k_{er} ,而常规多孔 介质通道则不存在。当k上升到临界值 k_{er} 时,双弥散 多孔介质f相和p相温度之间的关系会发生变化,因 而Nu数会产生峰值。此外,在特定参数下,双弥散多

孔介质平板通道比常规多孔介质的平板通道具有更优 异的传热性能。

参考文献:

- [1] CHEN Z Q, CHENG P, HSU C T. A theoretical and experimental study on stagnant thermal conductivity of bi-dispersed porous media
 [J]. International Communications in Heat and Mass Transfer, 2000, 27(5):601-610.
- [2] NIELD D A, KUZNETSOV A V. A two-velocity two-temperature model for a bi-dispersed porous medium: forced convection in a channel[J]. Transport in Porous Media, 2005, 59(3):325-339.
- [3] KUZNETSOV A V, NIELDD A. Thermally developing forced convection in a bidisperse porous medium [J]. Journal of Porous Media,2006,9(5):393-402.
- [4] NIELD D A, KUZNETSOV A V. Forced convection in a channel partly occupied by a bidisperse porous medium: symmetric case[J]. Journal of Heat Transfer, 2010, 133(7):5167 - 5175.
- [5] REVNIC C, GROSAN T, POP I, et al. Free convection in a square cavity filled with a bidisperse porous medium [J]. International Journal of Thermal Sciences, 2009, 48 (10):1876-1883.
- [6] SEMENIC T, LIN Yingyu, CATTON I, et al. Use of biporous wicks to remove high heat fluxes[J]. Applied Thermal Engineering, 2008, 28
 (4):278 - 283.
- [7] NARASIMHAN A, REDDY B V K, DUTTA P. Thermal management using the bidisperse porous medium approach [J]. International Journal of Heat & Mass Transfer, 2012, 55(4):538-546.
- [8] QU Yan, ZHOU Kan, ZHANG Kunfeng, et al. Effects of multiple sintering parameters on the thermal performance of bi-porous nickel wicks in loop heat pipes [J]. International Journal of Heat & Mass Transfer, 2016, 99:638-646.
- [9] NARASIMHAN A, REDDY B V K. Laminar forced convection in a heat generating bi-disperse porous medium channel [J]. International Journal of Heat & Mass Transfer, 2011, 54(1/2/3):636-644.
- [10] 王克用,李培超. 双分散多孔介质圆管通道中骨架发热对强迫对 流传热的影响[J]. 热科学与技术,2017,16(1):26-33.
- [11] NIELD D A, KUZNETSOV A V. A note on modeling high speed flow in a bidisperse porous medium [J]. Transport in Porous Media, 2013,96(3): 495-499.
- HOOMAN K, SAURET E, DAHARI M. Theoretical modelling of momentum transfer function of bi-disperse porous media [J].
 Applied Thermal Engineering, 2015, 75(22):867 - 870.
- [13] HUNG Y M, TSO C P. Effects of viscous dissipation on fully developed forced convection in porous media [J]. International Communications in Heat & Mass Transfer, 2009, 36(6):598.
- [14] NIELD D A, KUZNETSOV A V, XIONG Ming. Effects of viscous dissipation and flow work on forced convection in a channel filled by a saturated porous medium[J]. Transport in Porous Media,2004,56 (3): 359.
- [15] MAGYARI E. Normal mode analysis of the high speed channel flow in a bidisperse porous medium [J]. Transport in Porous Media, 2013,97(3):345-352.

(下转第18页)