［研究·设计］

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2019.04.002

方形截面直管道中惯性升力系数的拟合

薛壮壮，王企鲲

（上海理工大学 能源与动力工程学院，上海 200093）

摘　要：为研究方形截面微通道内悬浮颗粒的惯性聚集现象，利用“运动相对性”原理对方形截面层流直通道中运动颗粒所受惯性升力进行了数值计算。课题组研究了 Carlo 采用数据拟合方法获得的升力近似表达式的普适性，为了总结不同工况下颗粒所受惯性升力系数的统一表达式，扩大了模型所选用的工况范围，所得的最佳拟合指数与 Carlo 的数据大致相同。该升力系数表达式适用于位于方形截面中线上的较大粒径的颗粒。

关 键 词：微通道；方形截面；惯性聚集；惯性升力；壁面升力；剪切梯度升力

中图分类号：O35　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1005-2895(2019)04-0008-05

Fitting of Inertial Lift Coefficient in Square Section Straight Pipe

XUE Zhuangzhuang, WANG Qikun

(School of Energy & Power Engineering, University of Shanghai for Science & Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: In order to study the phenomenon of inertia aggregation of suspended particles in a rectangular cross-section microchannel, the inertia lift force of moving particles in laminar flow passageway was numerically calculated by using the principle of "relativity of motion". At present, scholars generally believe that the inertia lift force is essentially the resultant force between the wall lift force and the shear gradient lift force. The universality of the lift approximate expression obtained by Carlo was studied. In order to summarize the particles under different conditions by the unified expression of the inertial lift coefficient, the scope of the operation condition of the model chosen was expanded, and the best fitting index and Carlo data obtained was roughly same. The lift coefficient is applicable to broader conditions located in the square of the middle line of the cross section of the larger size particles.

Keywords: microchannel; square section; inertial focus of particles; inertial lift; wall-induced lift force; shear gradient lift force

颗粒的惯性聚集现象最早被发现于20世纪中叶，当时的学者在实验观测中发现：较低雷诺数的层流圆形截面通道中，散布于通道截面上的细微颗粒在随通道中的流体做同向运动时，会自发地进行径向迁移；经过一定时间的移动后，颗粒会在通道的圆形截面上形成一个同心圆环的稳定聚集区域，并继续沿主流方向移动。此即颗粒“惯性聚集”现象，它表明：颗粒在低雷诺数层流直管内运动时，除受到流体沿流向的驱动力外，还会因受到垂直于主流方向的横向升力作用而发生横向迁移[1]。这个横向升力源于流场的惯性力作用，故被称为“惯性升力”，又被称为“管状收缩效应”。它是产生颗粒惯性聚集现象的力学成因[2-3]。

颗粒的“惯性聚集”现象被发现后，引起一些学者的关注[4-6]。随着对微流动领域的深入研究，“惯性聚集”现象被应用于微流控芯片，惯性微技术已成为操纵和检验细胞或者微小颗粒的重要工具。近年来，颗粒的惯性聚集被广泛地应用于颗粒或细胞的分离、聚焦、过滤和水动力拉伸等，在物化、环境和生物医学领域中，许多生物物品分离与操作的有效技术已经发展起来，如电泳、磁电泳和声磁阻等。

收稿日期：2019-01-10；**修回日期**：2019-04-10

基金项目：国家教育部博士点基金资助项目(20113120120003)。

第一作者简介：薛壮壮(1993)，男，河南郑州人，硕士研究生，主要研究方向为微流体机械流动。**通信作者**：王企鲲(1978)，男，浙江嘉兴人，工学博士，副教授，中国机械工程学会高级会员，上海力学学会会员，主要研究领域为叶轮机械流体动力学、低雷诺数黏性流体力学、生物流体力学等。E-mail：wangqk@usst.edu.cn

惯性迁移的关键是横向升力的存在,当颗粒迁移至横向升力为零时,其横向位置不再发生变化而仅沿主流方向运动。在理论研究中,往往采用摄动法中的"渐进匹配展开法"对 N-S 方程求近似解以获得颗粒所受惯性升力为零的位置。但摄动法仅适用于"点颗粒"的情况,即 $a \ll H$。并未考虑颗粒尺寸对于周围流场的影响。因此摄动法不适用于研究具有一定尺寸大小的颗粒力学特性。

Carlo 等[2,7]认为引发惯性聚集现象的惯性升力是通道中的流场惯性力(即 N-S 方程中含有加速度的项)作用于颗粒上的结果,故在对低雷诺数的固-液两相流通道中的流体进行数学描述时,必须以完整的 N-S 方程来描述。一些低雷诺数流动下近似形式的 N-S 方程,如 Stokes 和 Oseen 方程,则不能正确地描述通道中的这一流场特征。

同时,为验证颗粒自身尺寸对于其所受惯性升力的影响,Carlo 等[2]3040定义了新的升力系数表达式,并指出:突破"点颗粒"的假设后,较大粒径的颗粒所受惯性升力在通道截面上的壁面附近和中心附近 2 个区域内,分别存在不同的分布特征:距离管道轴心较近区域有 $F_L \propto \rho U^2 a^3/H$;靠近管壁附近有 $F_L \propto \rho U^2 a^6/H^4$。

Carlo 的研究结果与之前学者用"渐进匹配展开法"获得的理论结果有很大差异,但这恰恰反映了颗粒尺寸对于惯性升力的分布特征的影响。值得注意的是,上述结果是对数值计算所得的惯性升力值进行拟合获得的。

课题组借鉴了 Carlo 数据拟合的惯性升力公式,并扩大了计算工况范围,对方管直通道进行模拟计算,以更多的样本数据进行拟合,以期得出更为贴合实际的升力系数表达式,验证该结论的广泛适用性。

1　问题的提出

假设颗粒大小对通道中的流场没有影响,即颗粒为"点颗粒"时,通过利用摄动法中的"渐进匹配展开方法"对于 N-S 方程进行近似求解得到的惯性升力表达式中,无量纲惯性升力系数

$$C_{F_L} = \frac{F_L H^2}{\rho U^2 a^4}。\tag{1}$$

式中:F_L为颗粒运动所受惯性升力;H 为通道截面边长;U 为颗粒运动速度;a 为圆球颗粒粒径长度。

Carlo 等采用方形截面通道模型对于较大粒径的单颗粒在低雷诺数流场中的惯性聚集现象进行了 CFD 模拟研究,并通过数据拟合提出惯性升力的 2 个重要组成部分壁面诱导升力和剪切梯度升力,如图 1 所示。

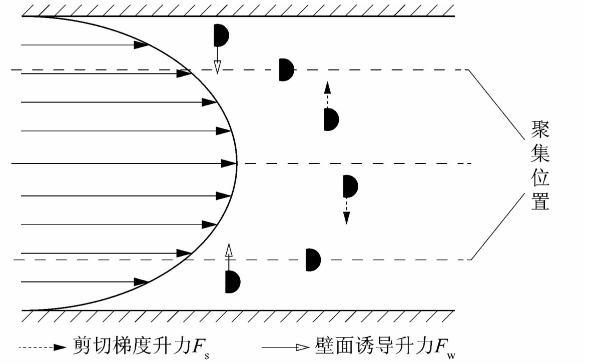


图 1　颗粒所受 2 种升力示意图

Figure 1　Schematic diagram of two lifting forces exerted on particles

在靠近壁面的区域内,颗粒所受的惯性升力可以称之为壁面诱导升力 F_W,其方向始终指向通道截面的几何中心,数值大小与颗粒距离壁面的距离呈反比,并满足:

$$F_W = f_W \rho U^2 a^6 / H^4。\tag{2}$$

在靠近通道截面几何中心的区域内,颗粒所受的惯性升力可以称之为剪切梯度升力 F_S,其方向始终指向通道壁面,数值大小随着颗粒距通道截面几何中心距离的增大先增大后减小,并满足:

$$F_S = f_S \rho U^2 a^3 / H。\tag{3}$$

f_W和f_S分别表示对靠近壁面和靠近通道截面几何中心区域内的惯性升力进行拟合后得到的无量纲升力系数。在颗粒惯性聚集位置的左右邻域内,壁面诱导升力 F_W和剪切梯度升力 F_S在颗粒靠近这一位置的过程中均趋近零值,并在此位置上最终达到零值。

在 Carlo 等[7]094503-01的研究中,采用的模型为方形通道模型,其中颗粒的粒径较大($a^+ = 0.22, 0.30, 0.38$)。同时,进行 CFD 模拟计算时,选用的通道 Re 也较低($Re = 10, 40$)。为研究这一结论的普遍性,同时为尝试总结不同工况(颗粒粒径 a^+ 和流体雷诺数 Re 不同)下颗粒所受惯性升力系数的统一表达式,课题组扩大了 CFD 模型选用的工况范围,研究在正方形截面的通道中,更广泛范围内不同粒径的颗粒在不同的通道雷诺数下是否同样存在不同的惯性升力系数表达形式。

2　计算模型与方法

2.1　数值计算模型

课题组研究单个刚性圆球颗粒在无限长的截面为正方形的直通道流中运动,正方形截面边长为 H。当

圆球颗粒在流体驱动力的作用下沿流向运动达到平稳时,其平移速度 U_p 及旋转角速度 ω_p 将保持不变。在静止的绝对坐标系中,这是一个典型的非定常、动边界的流场。对此进行数值计算需要采用基于时间推进的动网格方法,计算极为复杂。若将 CFD 计算中所用坐标系固联于颗粒中心,并使之随颗粒等速平移,坐标系如图 2 所示。在图 2 所示运动坐标系中,颗粒运动可被视为仅存有旋转角速度 ω_p 而无平移速度,通道壁面则以速度 U_p 反颗粒平移方向移动,此时流场可被视为定常。该运动坐标系本质上是惯性系,只要改变边界条件的设置,现有 CFD 代码仍可直接使用。这些均为课题组的数值研究提供了便利。

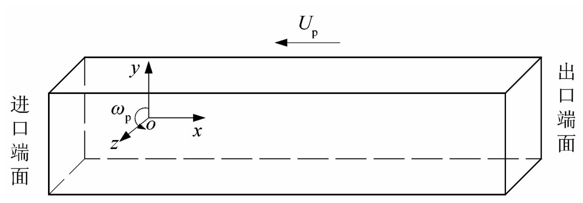


图 2　相对运动模型

Figure 2　Model of relative motion

2.2　计算方法

课题组在 CFD 计算中,为缩减计算时间,降低计算难度,通道进出口采用结构化网格;为提高计算精度,在颗粒附近区域,绘制非结构化网格进行加密处理。为确保数值计算的准确性,经网格数量无关性检验,最终网格数量控制 55 万左右。采用三维管道中不可压缩流体的定常流动模型,控制方程为 N-S 方程。压力与速度的耦合采用 SIMPLEC 算法;对流项采用具有 3 阶精度的 QUICK 格式进行离散;黏性项则采用具有 2 阶精度的中心格式进行离散,具体方法参见相关文献[8-10]。

边界条件计算:在通道进口处,给定均匀的流体相对速度,其数值大小根据所算工况下的通道 Re 而确定;通道出口处设置为压力出口;通道和颗粒壁面均设置为具有相对速度的无滑移边界条件。为消除进、出口因素的影响,实际计算域长度取为 $20H$,将颗粒位于整个计算域的中部。

2.3　相关物理参数

无量纲颗粒直径:　$$a^+ = \frac{a}{H}。\tag{4}$$

无量纲横向位置:　$$x^+ = \frac{2y}{H}。\tag{5}$$

通道雷诺数:　$$Re = \frac{UH}{\nu}。\tag{6}$$

式中:ν 为通道内流体的运动黏度;y 为 y 方向坐标值。

3　计算结果与讨论

3.1　数据验证及结论拓展

课题组研究的目的在于揭示突破“点颗粒”的假设后,新的惯性升力系数表达方法在更广泛工况内的适用情况。参照 Carlo 等的研究,将不同粒径的颗粒放入同一方形截面通道的相对运动模型中,模拟计算后得到颗粒所受惯性升力在通道截面上的分布数据。通过近似拟合,将同一方形截面通道中不同粒径颗粒的惯性升力以单一的惯性升力系数曲线进行描述。以此无量纲升力系数重新定义的颗粒所受惯性升力即为突破“点颗粒”的假设后,更为符合实际中惯性聚集现象的力学阐述。

在不同工况数据组的对比研究过程中,由于仅改变了方形截面通道中颗粒的无量纲粒径 a^+,而通道中流体的流速 U 和密度 ρ 并未发生变化,故而对惯性升力系数的表达式进行变形:

$$F_L = f\rho U^2 a^n / H^{(n-2)}。\tag{7}$$

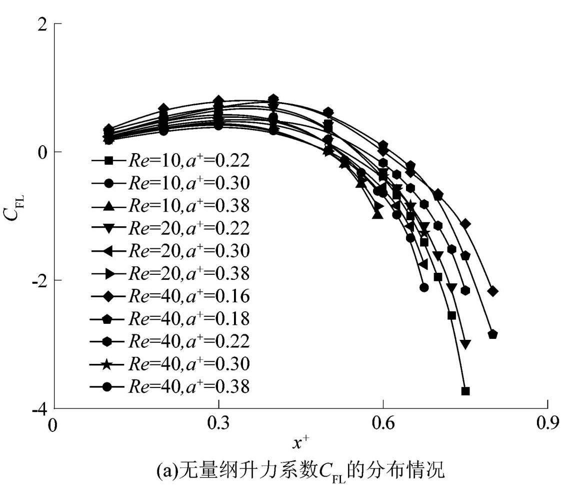
公式(7)可以简化为惯性升力 F_L 为仅与无量纲颗粒粒径 a^+ 相关的函数式:

$$F_L = k(a^+)^n。\tag{8}$$

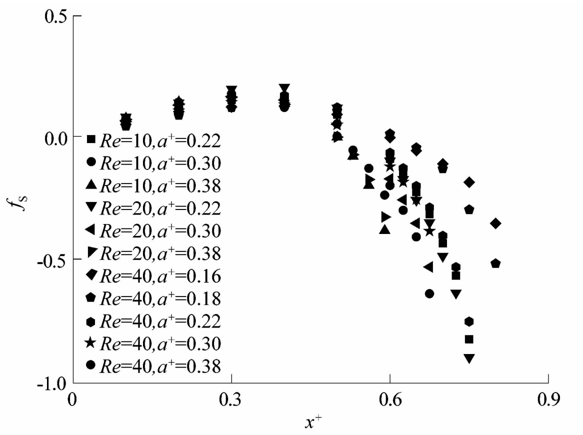
式中:$k = f\rho U^2 H^2$。

在同一或相近的通道截面的 x^+ 位置上,将不同工况下、不同粒径颗粒所受的惯性升力进行拟合,得到最佳拟合指数 n,f 则为重新定义后的无量纲惯性升力系数。

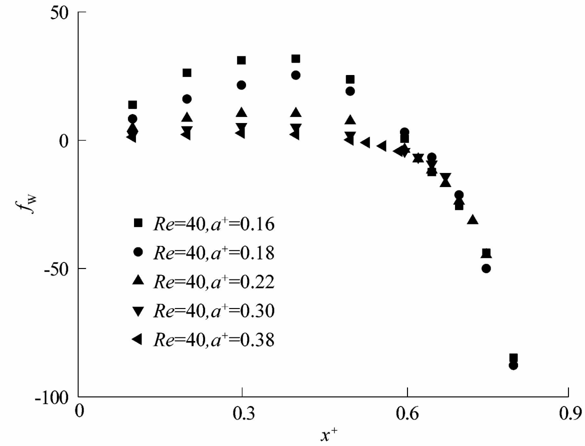
在方形截面通道中,对比文献[7]中的计算工况,扩大选用颗粒的粒径范围($a^+ = 0.16 \sim 0.38$)。经过计算后,将不同工况下颗粒所受的惯性升力以最小二乘法进行拟合得到惯性升力分布图,以及最佳拟合指数 n 在不同 x^+ 位置的分布特征,如图 3 所示。



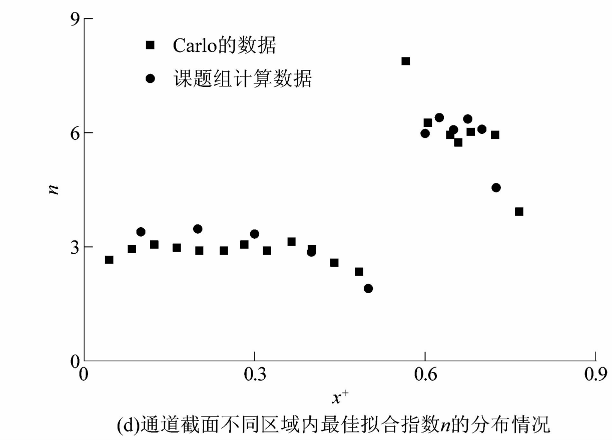
(a)无量纲升力系数C_{FL}的分布情况



(b)n=3.3时无量纲升力系数f_S分布情况



(b)n=6.1时无量纲升力系数f_W分布情况



(d)通道截面不同区域内最佳拟合指数n的分布情况

图3 不同无量纲参数分布情况

Figure 3 Distribution of different dimensionless parameters

由图3可以看出,在整体分布上,使用相对运动模型对方形截面通道中不同粒径的颗粒进行CFD模拟后,对所得惯性升力进行拟合后得到的最佳拟合指数n随x^+位置的分布变化与Carlo等[7] 094503-01文章中的数据大致相同:在中心区域($x^+=0\sim0.4$),最佳拟合指数n近似为3.3与Carlo的最佳拟合指数较为相近;在过渡区域($x^+=0.4\sim0.5$),最佳拟合指数n开始减小,最终减小至2左右;在近壁区域($x^+=0.5\sim0.75$),与过渡区域内的最佳拟合指数n存在明显的突变,稳定在6.15左右。这一最佳拟合指数n的值与方形截面通道中此区域内的最佳拟合指数相差较大且分布并不稳定,存在较为明显的波动;在近壁区域内更为接近壁面的x^+位置上($x^+>0.7$),最佳拟合指数n约为4.2(由于此处的数据仅由较小粒径的颗粒提供,故而适用范围仅限于较小粒径的颗粒)。

值得注意的是:在对惯性升力系数进行拟合的过程中,相同粒径的颗粒在不同雷诺数的工况下,于同一x^+位置所受惯性升力F_L必然存在一定差值。由于在通道截面上不同区域内最佳拟合指数n值的不同,会对这一惯性升力的差值进行等比放大或缩小(当$n>4$时,惯性升力的差值会放大;当$n<4$时,差值会缩小),产生不同的拟合效果。研究中所使用的雷诺数Re值为10,20和40,3者较为相近,故而上述差值并不大,且在靠近通道截面几何中心的区域内,最佳拟合指数$n<4$,会进一步缩小这一差值,表现出的升力拟合情况较为良好;而在靠近通道壁面的区域内,由于最佳拟合指数$n>4$,会等比放大这一差值。因此,在求解近壁面区域内的最佳拟合指数时,去掉了$Re=10$工况下的数据,只是在$Re=40$的工况下,在上述颗粒粒径的范围内添加了另外2种不同颗粒粒径的工况进行惯性升力的近似拟合。最终得到了如图3(d)中的最佳拟合指数n的分布情况。

4 结语

综上所述,在方形截面直通道中,扩大通道雷诺数或颗粒直径等工况选用范围后,所得到的最佳拟合指数n的分布情况与Carlo等的数据大致相同,并无明显变化,说明由n得到的不同区域内的升力系数定义式在方形截面通道中具有较好的拟合性。该升力系数适用于更广泛工况下,适用于方形截面中线上的较大粒径的颗粒。

参考文献:

[1] SEGRE G, SILBERBERG A. Radial particle displacements in poiseuille flow of suspensions[J]. Nature, 1961, 189(4760): 209-210.

[2] DI CARLO D. Inertial microfluidics[J]. Lab Chip, 2009, 9(21): 3038-3046.

[3] 王企鲲,孙仁.管流中颗粒"惯性聚集"现象的研究进展及其在微流动中的应用[J].力学进展,2012,42(6):692-703.

(下转第18页)