

[研究·设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2019.04.003

液滴通过圆形表面的格子 Boltzmann 模拟

汪鹏军¹, 祁影霞¹, 谢荣建², 刘超²

(1. 上海理工大学 能源与动力工程学院, 上海 200093; 2. 中国科学院 上海技术物理研究所, 上海 200083)

摘 要:为了探究液滴在通过圆形表面的运动过程中固体表面的润湿性对液滴运动的影响,基于 S-C 伪势模型的介观格子 Boltzmann 方法(LBM),课题组对重力场下液滴的运动过程进行了二维数值模拟,并考虑了气-液、液-固间的相互作用力与重力的影响。同时采用 MATLAB 软件图像处理中的边缘检测技术来提取液滴轮廓线,然后以多项式拟合的方法来获得液滴的接触角。计算结果表明:液滴的整体运动速度会随着接触角的增大而增大,而且都会经历一个相同的速度变化过程,同时在液滴下落的过程中存在一个临界接触角。该研究表明润湿性对液滴运动有显著的影响,其模拟结果对液滴动力学的仿真有一定的参考价值。

关 键 词:液滴运动;格子 Boltzmann 方法;伪势模型;圆形表面;边缘检测技术

中图分类号:O359 文献标志码:A 文章编号:1005-2895(2019)04-0012-07

Simulation of Droplet Passing Through Circular Surface by Lattice Boltzmann Method

WANG Pengjun¹, QI Yingxia¹, XIE Rongjian², LIU Chao²

(1. School of Energy & Power Engineering, University of Shanghai for Science & Technology, Shanghai 200093, China;
2. Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Science, Shanghai 200083, China)

Abstract: In order to study the influence of wettability of solid surface on the motion of droplet passing through a circular surface, a two-dimensional numerical simulation of the motion of droplet passing through a circular surface under gravity field was carried out using the mesoscopic lattice Boltzmann method (LBM) based on the S-C pseudo-potential model. The effects of gas-liquid and liquid-solid interaction forces and gravity were also considered. At the same time, the edge detection technology in image processing of Matlab software was used to extract the contour of droplet, and then the contact angle of droplet was obtained by polynomial fitting method. The calculation results show that the overall velocity of the droplet increases with the increase of contact angle, and it will undergo the same process of velocity change. And there is a critical contact angle in the process of droplet falling. The study show that wettability has a significant influence on droplet motion. The results have certain reference value for the simulation of droplet dynamics.

Keywords: droplet movement; LBM (Lattice Boltzmann Method); pseudo-potential model; circular surface; edge detection technology

液滴运动是自然界和现代工业生产中一种常见的物理现象,如荷叶效应、喷墨打印、冷凝相变传热、内燃机的喷雾液滴、农药喷洒、微流控芯片中微液滴的运动以及雨天液滴撞击汽车玻璃等^[1]。液滴运动涉及物质的气、液、固3种形态,是分子间微观作用与物质宏观表征的统一。目前有许多国内外学者对液滴的运动

过程及特性进行了模拟与实验研究。早在1805年, Yong^[2]通过接触角来研究表面润湿性。他认为接触角的值取决于固体表面张力、液体表面张力以及固-液界面的界面张力的相对大小,并提出润湿性的基本公式—杨氏方程;该公式可以看作是三相交界处3个界面张力平衡的结果,适用于具有固-液和固-气连续表

收稿日期:2019-03-04;修回日期:2019-05-30

第一作者简介:汪鹏军(1995),男,甘肃定西人,硕士研究生,主要研究方向为介观格子玻尔兹曼模拟。通信作者:祁影霞(1962),女,上海人,博士,副教授,主要研究方向为介观分子动力学仿真。E-mail:qipeggy@126.com

面的理想平衡体系。张明焜等^[3]采用改进的耗散粒子动力学方法模拟了液滴在由凹槽所构成的粗糙表面微通道内的运动行为。臧晨强等^{[4]154}采用改进的伪势 LBM 方法研究了复杂微通道内的非混相驱替问题。刘邱祖等^[5]采用格子 Boltzmann 方法对液滴沿固壁铺展的动力学行为进行了数值模拟,结果发现铺展直径及动态接触角随时间呈指数规律。Chen 等^[6]采用 LBM 方法研究了由重力驱动下的液滴通过微通道的运动特性。Fakhari 等^[7]采用 LBM 方法模拟了重力场中下落液滴的变形与破碎过程,其测量结果表明在较高的吸附值下,黏性力将占据主导地位,而液滴会趋向于保持原来的形状不变,与球冠法测得的结果相一致。石自媛等^[8]运用格子 Boltzmann 方法研究了由于固液界面上表面张力梯度引起的 Marangoni 效应驱动的液滴运动。褚福强等^[9]依据液滴接触角与基底方位角的关系以及运动液滴的动态接触角模型,运用 FLUENT 软件模拟研究了具有不同润湿特性的表面上液滴运动的规律。

格子 Boltzmann 方法(LBM)是一种介于流体的微观分子动力学模型和宏观连续模型之间的介观模型,兼具二者的优点。在介观层次上,流体被离散成一系列流体粒子。这些粒子比分子级别要大,但是在宏观上又无限小,其质量比起有限容积法中的控制容积质量要小得多^{[10]2}。流体的宏观运动特性可以通过统计粒子的运动过程来获得。LBM 的微观粒子背景使其可以较直观、方便地处理流体内部以及流体与周围环境的相互作用,从而在描述一些复杂流动与传热现象时,比传统的数值方法更有优势^[11]。目前已经有很多格子 Boltzmann 模型被提出,比如颜色模型、伪势模型及自由能模型等^{[4]155}。其中伪势模型的优点是可以自动追踪相界面的运动,计算效率高,能够反映多组分多相流体动力学的物理本质,可以用于复杂的多相流系统,故而得到了广泛的应用^{[10]9}。课题组使用 S-C 伪势模型模拟了重力场下液滴通过圆形表面的运动过程,分析了固体表面的润湿性对液滴运动的影响。

1 数值方法

1.1 格子 Boltzmann 模型

课题组采用如图 1 所示的单松弛格式的 D2Q9 模型对重力场下液滴通过圆形表面的运动过程进行数值模拟。在本课题涉及到的所有模拟中,除特殊说明外,文中的计算结果一般采用无量纲化的格子单位。其上述模型的演化方程可以表示为

$$f_i(x + c_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(x, t) [1 - \omega] + \omega f_i^{\text{eq}}(x, t)。 \quad (1)$$

式中: i 表示离散粒子的运动方向; x 和 t 分别表示位置与时间; Δt 为时间步长, $\omega = \Delta t / \tau$ 为松弛频率, τ 为松弛时间;运动黏度 ν 与松弛时间有关, $\nu = c_s^2 (\tau - 1/2) \Delta t$; $c = \Delta x / \Delta t$ 表示格子速度, c_i 表示离散方向上的粒子移动速度, Δx 为格子步长, $c_s^2 = c^2 / 3$ 为格子声速; f_i 表示离散方向上的分布函数, f_i^{eq} 为离散方向上的局部平衡态分布函数。

f_i^{eq} 与局部密度 ρ 和速度 u 有关,其表达式为

$$f_i^{\text{eq}} = w_i \rho \left[1 + \frac{c_i \cdot u}{c_s^2} + \frac{(c_i \cdot u)^2}{2c_s^4} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right]。 \quad (2)$$

式中: w_i 为权重因子,当 $i = 0$ 时, $w_i = 4/9$;当 $i = 1, 2, 3$ 和 4 时, $w_i = 1/9$;当 $i = 5, 6, 7$ 和 8 时, $w_i = 1/36$ 。

根据质量守恒与动量守恒定律可以得到宏观密度与速度的分布,其表达式为:

$$\rho = \sum_i f_i; \quad (3)$$

$$\rho u = \sum_i f_i c_i。 \quad (4)$$

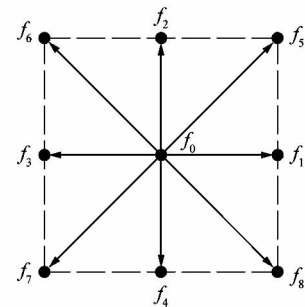


图 1 D2Q9 模型示意图

Figure 1 Schematic diagram of D2Q9 model

1.2 作用力的引进

课题组在研究液滴在圆形表面上的运动时主要关注气液两相流动、液体与固体之间耦合的问题,所以需要在 S-C 伪势模型的基础上引入气-液、液-固间的相互作用力与重力进行计算。在单组份多相 S-C 伪势模型中仅考虑最近格子节点上流体间的相互作用力,其作用力的表达式为^[12]:

$$F_{\text{int}}(x) = -c_0 \Psi(x) g_i \nabla \Psi(x)。 \quad (5)$$

式中: c_0 是一个与格子类型有关的常数,对于 D2Q9 模型来说 $c_0 = 6$; $\psi(x) = \rho_0 [1 - \exp(-\rho/\rho_0)]$ 为有效密度,模拟中通常取 $\rho_0 = 1$; g_i 为粒子间相互作用强度,系统温度被定义为 $T = -1/g_i$ 。

关于式(5)中有效密度梯度的离散可采用六点法^[13]来实现,其具体离散格式为:

$$\frac{\partial \Psi(i, j)}{\partial x} = c_1 [\Psi(i + 1, j) - \Psi(i - 1, j)] +$$

$$c_2 [\Psi(i+1, j+1) - \Psi(i-1, j+1) + \Psi(i+1, j-1) - \Psi(i-1, j-1)]; \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Psi(i, j)}{\partial y} = c_1 [\Psi(i, j+1) - \Psi(i, j-1)] + c_2 [\Psi(i+1, j+1) - \Psi(i+1, j-1) + \Psi(i-1, j+1) - \Psi(i-1, j-1)]. \quad (7)$$

式中: c_1 与 c_2 为比例系数, 模拟中常取 $c_1 = 4c_2 = 1/3$ 。

系统宏观压力分布的表达式为

$$p = c_s^2 \rho + \frac{1}{2} c_0 g_i [\Psi(\rho)]^2. \quad (8)$$

流体与固体壁面间的黏性作用力的表达式为^[14]

$$F_{\text{abs}} = -g_w \Psi(x) \sum_i w_i s(x + c_i \Delta t) c_i. \quad (9)$$

式中: g_w 为固-液间相互作用强度; $s(x + c_i \Delta t)$ 为一个开关函数, 当该点为固体时取值为 1, 当该点为流体时取值为 0。

通过修正平衡态速度 u^{eq} 就可以将外力项引入到模型中, 其修正后的平衡态速度的表达式为

$$u^{\text{eq}} = u + \frac{F\tau}{\rho}. \quad (10)$$

式(10)中的 u 不是流体真实的速度, 通过平均碰撞前后的动量可得流体真实的速度 U 的表达式为

$$\rho U = \rho u + \frac{F\Delta t}{2}. \quad (11)$$

式中: $F = F_{\text{int}} + F_{\text{abs}} + G$ 为合外力, 其中 G 为重力。

2 模型验证

课题组采用 Laplace 定律来验证模型的正确性。在 $N_x \times N_y = 200 \times 200$ 的方形计算区域的中心放置一个半径为 R 的液滴, 其余部分都是气体, 当达到气液平衡状态时, 液滴将保持一个稳定的圆形。根据 Laplace 定律可得稳定时液滴内外的压力差 $p_{\text{in}} - p_{\text{out}}$ 与表面张力 σ 和液滴的半径 R 满足以下关系式:

$$\Delta p = p_{\text{in}} - p_{\text{out}} = \frac{\sigma}{R}. \quad (12)$$

在模拟中, 选择 SC 状态方程, 四周均取周期性边界条件, 气相和液相的初始密度由 Maxwell 重构得到, 初始液滴半径依次为 20, 30, 40, 50 和 60, 温度分别取 $0.75T_c$, $0.80T_c$, $0.85T_c$ 和 $0.90T_c$, 松弛时间 τ 取 1。其中 T_c 表示状态方程临界点的温度, 经过 25 000 步迭代后计算收敛。图 2 给出了不同温度下的液滴内外压差 Δp 与液滴半径的倒数 $1/R$ 的关系。将模拟结果进行线性拟合后发现液滴内外压差与液滴半径的倒数成正比关系。数值模拟结果符合 Laplace 定律, 同时根据式(12)可知直线的斜率为液滴的表面张力, 从图中很容易看出随着系统温度的下降, 液滴的表面张力在

增大。

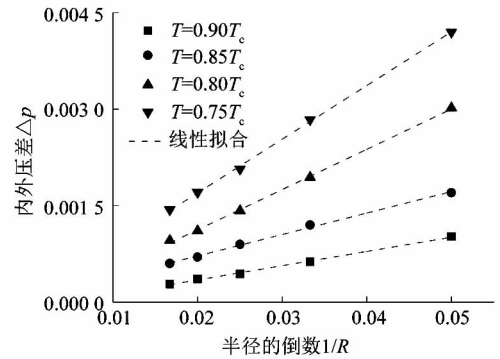


图 2 不同温度下液滴内外压差与半径倒数之间的关系

Figure 2 Relation between internal and external pressure difference and reciprocal of radius at different temperatures

3 数值结果与分析

3.1 物理模型

图 3 所示为在重力场下液滴通过圆形表面运动过程的物理模型。

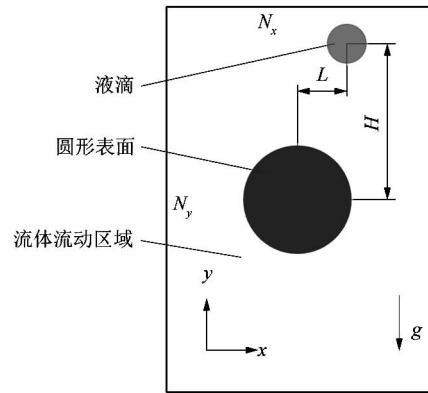


图 3 物理模型结构示意图

Figure 3 Schematic diagram of physical model structure

模拟中整个计算区域大小为 $N_x \times N_y = 280 \times 400$, 圆形表面位于计算区域的中心, 其半径为 80, 液滴半径为 30, $L = 50$ 为液滴中心到圆形表面中心的水平距离, $H = 150$ 为液滴中心到圆形表面中心的垂直距离, g 为重力加速度且方向竖直向下, 上下界面采用周期性边界条件, 左右界面采用无滑移边界条件。

3.2 液滴接触角模拟

固体表面的润湿性可以通过液滴的接触角来体现, 润湿性一般有 3 种形式: 亲水、疏水与中性。当三相接触角小于 90° 时, 液体表现为亲水; 当三相接触角

等于 90° 时,液体表现为中性;当三相接触角大于 90° 时,液体表现为疏水。在本文模拟计算中通过调节相互作用强度 g_w 的值,就可以得到不同的三相接触角,来达到控制液体润湿性的目的。课题组通过模拟结果来确定相互作用强度与接触角之间的关系,模拟时取系统温度为 $0.85T_c$,计算区域大小为 $N_x \times N_y = 150 \times 150$,上下界面采用无滑移边界条件,左右界面采用周期性边界条件,在下界面的中心处放置一个半径为 40 的半圆形液滴,其余区域充满气体,气液两相的密度分别取该系统温度下的饱和密度。在不考虑重力的情况下,经过 30 000 步迭代后计算收敛,并将计算得到的液滴外形图采用 MATLAB 软件图像处理中的边缘检测技术来提取液滴轮廓线。由于本次液滴接触角的模拟中我们没有考虑重力的影响,所以计算收敛时液滴界面在表面张力的作用下会维持一个稳定的圆形,由此在接下来的多项式拟合中我们直接选择圆的代数方程来进行拟合计算,并通过计算得液滴的接触角。

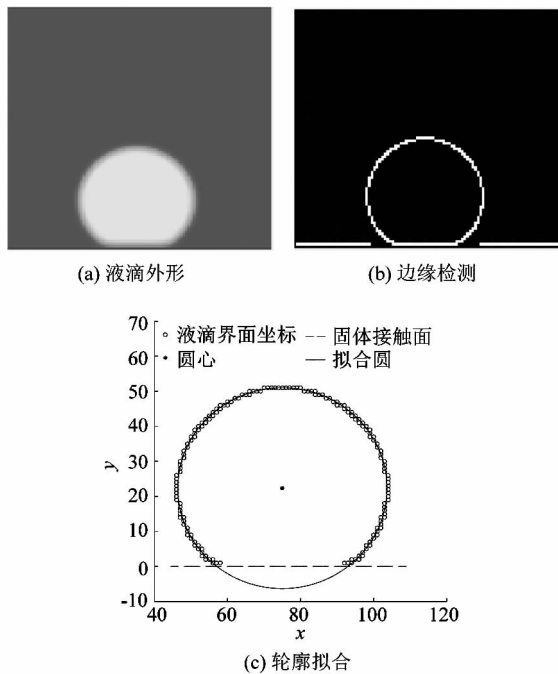


图4 液滴接触角计算过程示意图

Figure 4 Schematic diagram of droplet contact angle calculation process

图4(a)和图4(b)分别是液滴外形图与边缘检测图,通过对比可以发现图像边缘检测技术能准确地提取出液滴的轮廓线。然后对提取出来的液滴界面坐标进行多项式拟合后就可以得到拟合圆的圆心坐标与半径值,同时从图4(c)可知固体表面位于 x 轴上,所以液滴接触角可以用下面的表达式来计算:

1) 固体表面疏水时

$$\theta = 90^\circ + \sin^{-1} \frac{|y_c|}{R_c} \quad (13)$$

2) 固体表面亲水时

$$\theta = 90^\circ - \sin^{-1} \frac{|y_c|}{R_c} \quad (14)$$

式中: θ 是接触角的值; y_c 为圆心的纵坐标的值; R_c 为圆的半径。

图5是相互作用强度 g_w 与接触角 θ 之间的关系图。从图中可知,接触角 θ 与相互作用强度 g_w 之间成正比关系,所以可以通过修改相互作用强度 g_w 的值进而线性地调节接触角的大小,以此来达到控制固体表面润湿性的目的。

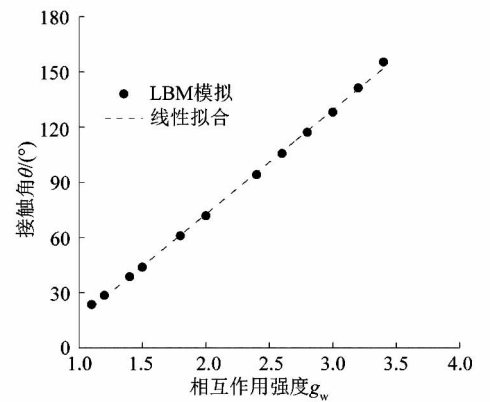


图5 相互作用强度与接触角之间的关系

Figure 5 Relation between interaction strength and contact angle

3.3 固体表面润湿性对液滴运动的影响

固体表面的润湿性是影响液滴运动的关键因素之一,在本节的模拟中,我们主要通过3个参数来反映液滴在圆形表面上的运动特征,它们分别是液滴的下落时间 t^* (液滴到达计算区域下界面所用的总时间)、液滴离开圆形表面的位置 e ,液滴运动的速度 u ;同时我们定义 $t^* = t/(N_x/g)^{1/2}$ 。关于参数 e 的定义如图6所示。

如图6所示, a 点是圆形表面的上顶点, b 点是液滴离开圆形表面的位置点, o 点是圆形表面的圆心,则 e 被定义为线段 oa 与 ob 的夹角值。

模拟中采用图3所示的物理模型,依次取 g_w 的值为 2.0, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 2.8, 2.9 和 3.0; 与 g_w 分别对应接触角 θ 的值为 72.7° , 78.4° , 84.1° , 89.7° , 95.4° , 101.1° , 106.7° , 112.4° , 118.1° , 123.7° 和 129.4° 。重力加速度 g 取 0.000 04, 系统温度取 $0.85T_c$, 通过 Maxwell 重构得到气液相的初始密

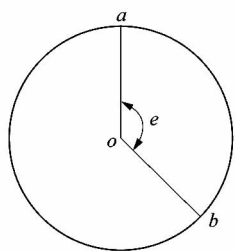


图6 液滴离开圆形表面的位置示意图

Figure 6 Schematic diagram of position of droplets leaving circular surface

度分别为 $\rho_v = 0.202$ 和 $\rho_l = 1.683$ 。为了更直观地展示固体表面润湿性对液滴运动过程的影响,图7给出了接触角分别为 78.4° 和 101.1° 时的瞬态流动图,从图中我们可以清楚地观察到液滴在整个下落过程中的形态变化。

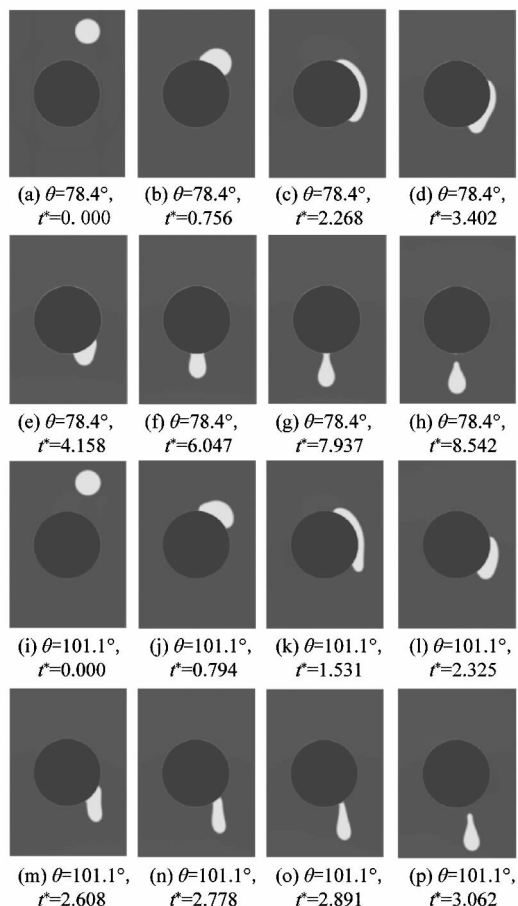


图7 不同接触角下的液滴下落过程

Figure 7 Dropping process of droplets at different contact angles

从图7可以看出不同接触角下,液滴通过圆形表面的运动形态的是不同的,同时离开圆形表面到达下边界所花费的总时间也不相同。这是由于液-固间不

同的相互作用强度所造成的。同时我们发现当接触角较小时,液滴将运动到圆形表面的底部后开始脱离;相反地如果接触角较大的话,液滴将在到达圆形表面的底部之前就已经脱离了。为了更加清楚地描述液滴运动的过程,图8分别给出了接触角为 78.4° , 84.1° , 95.4° 和 101.1° 时与接触角为 89.7° 时的液滴运动速度的对比图。

从图8中我们可以看出液滴整体的运动速度会随着接触角的增大而增大,而且都会经历一个相同的变化过程:首先速度从零开始线性地增加,到达某一时刻时速度突然减小并出现速度震荡现象,紧接着速度会逐渐增大到一个峰值然后又逐渐减小,当速度减小到一定值后又开始缓慢地增大,当到达某一时刻时速度开始线性地增大,而且增大的幅度与刚开始速度从零开始线性增大的幅度基本相同。我们对液滴下落的整个过程进行分析发现,由于液滴刚开始处于静止状态,且仅受重力与内聚力的作用,所以速度从零开始线性地增加;当液滴下落到一定距离后开始与圆形表面发生接触,由于受到固体表面的阻碍速度会发生突降,此时重力对液滴有压力的作用效果,同时除了重力与内聚力之外液滴同时受到固体表面黏滞力的影响,在此3种力的共同作用下液滴开始在圆形表面上动态地铺展、变形与重塑,所以会出现速度震荡现象;紧接着当液滴变形、重塑完成以后液滴的形态在短时间内不会再发生变化,说明内聚力与表面黏滞力达到平衡,此时在重力的作用下液滴开始加速下落;当液滴运动到圆形表面的下表面时,重力对液滴不再有压力的作用效果而是转变为拉力的作用效果,再加上内聚力的作用使得液滴与圆形表面的接触面积减小,从而导致表面黏滞力作用效果减弱,液滴逐渐开始汇聚。从图中可以看出,对于亲水性表面(接触角小于 90°)来说速度可以减小到很小然后缓慢地增加,最后到达某一时刻时速度开始线性地增大,这说明液滴最终汇聚到圆形表面的底部,又在重力作用下液滴被逐渐拉长,液滴颈部不断减小,且与固体表面的接触面积减少进而表面黏滞力减小,速度得以缓慢增加,当到达某一时刻时液滴完全与固体表面脱离,此时液滴仅受到重力与内聚力的作用,速度开始大幅度地线性增加。但是对于疏水性表面(接触角大于 90°)来说速度没有减小到很小就已经线性地增大了,这说明液滴最终没有汇聚到圆形表面的底部就已经脱落了。

图9为液滴下落时间与接触角的关系曲线图。从图中可以看出随着接触角的增大即固体表面的润湿

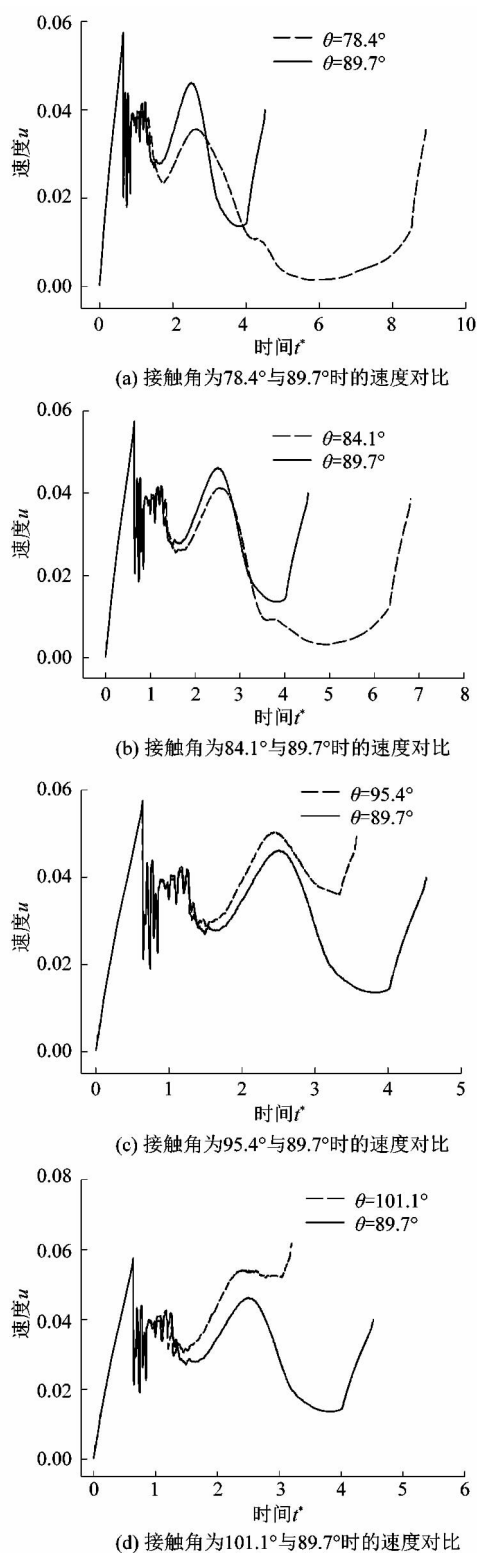


图8 不同接触角下液滴运动速度
Figure 8 Movement speed of droplets at different contact angles

性从亲水到疏水的过程中,液滴下落时间在不断减少且减少的幅度逐渐降低。图10为液滴离开圆形表面

的位置与接触角的关系曲线图。从图中可以看出当接触角小于等于 84.1° 时,液滴可以到达圆形表面的底部;当接触角大于 84.1° 时,液滴不能到达圆形表面的底部且随着接触角增大的同时液滴离开圆形表面的位置也越来越靠前,这说明在液滴下落的过程中存在一个临界接触角,其值大概在 $84.1^\circ \sim 89.7^\circ$ 之间,此结果与前文中对速度进行分析得到的结论相吻合。

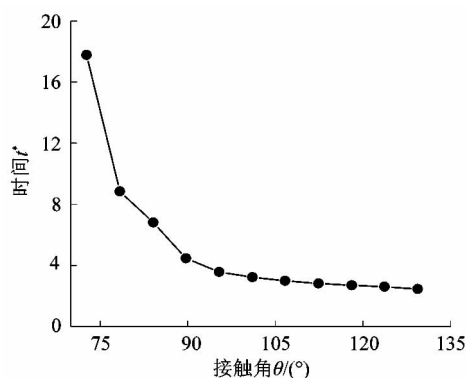


图9 液滴下落时间与接触角的关系
Figure 9 Relationship between drop time and contact angle

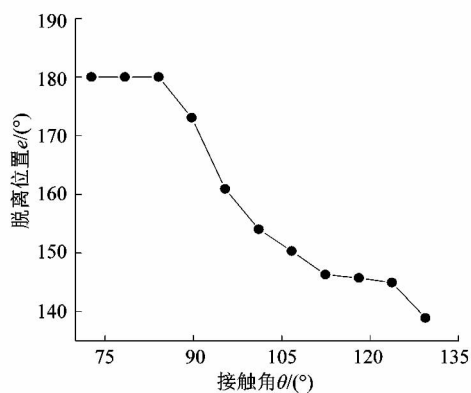


图10 液滴离开圆形表面的位置与接触角的关系
Figure 10 Relationship between position of droplet leaving circular surface and contact angle

3 结论

课题组采用基于格子 Boltzmann 方法中的 S-C 伪势模型研究了重力场下液滴通过圆形表面的运动过程,模拟了不同接触角时液滴的下落过程,并就液滴的下落时间、液滴离开圆形表面的位置与液滴运动的速度进行了分析比较。从模拟结果可以得出以下结论:

1) 液滴的整体运动速度会随着接触角的增大而增大而且都会经历一个相同的速度变化过程:首先速度线性地增加,然后发生突降并伴随有速度震荡现象,紧接着速度先增大后减小经历一个峰值,最后在某一

时刻速度又开始线性地增加。

2) 随着接触角的增大即固体表面的润湿性从亲水到疏水的过程中,液滴下落时间在不断减少且减少的幅度逐渐降低。

3) 液滴在下落的过程中存在一个临界接触角,其值大概在 $84.1^{\circ} \sim 89.7^{\circ}$ 之间。

参考文献:

- [1] 马学虎,兰忠,王凯,等.舞动的液滴:界面现象与过程调控[J].化工学报,2018,69(1):9.
- [2] YOUNG T. An essay on the cohesion of fluids [J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London,1805,95:65-87.
- [3] 张明焜,陈硕,尚智.带凹槽的微通道中液滴运动数值模拟[J].物理学报,2012,61(3):34701.
- [4] 臧晨强,娄钦.复杂微通道内非混相驱替过程的格子 Boltzmann 方法[J].物理学报,2017,66(13):154-162.
- [5] 刘邱祖,寇子明,韩振南,等.基于格子 Boltzmann 方法的液滴沿固壁铺展动态过程模拟[J].物理学报,2013,62(23):234701.
- [6] CHEN Hangyu,ZHANG Jinya,ZHANG Yongxue,et al. Simulation on a gravity-driven dripping of droplet into micro-channels using the lattice Boltzmann method[J]. International Journal of Heat & Mass Transfer,2018,126:61-71.
- [7] FAKHARI A,RAHIMIAN M H. Simulation of falling droplet by the lattice Boltzmann method[J]. Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation,2009,14(7):3046.
- [8] 石自媛,胡国辉,周哲玮.润湿性梯度驱动液滴运动的格子 Boltzmann 模拟[J].物理学报,2010,59(4):2595-2600.
- [9] 褚福强,吴晓敏,陈永根.竖直表面液滴运动的数值模拟[J].工程热物理学报,2017,38(1):143-146.
- [10] 何雅玲,王勇,李庆.格子 Boltzmann 方法的理论及应用[M].北京:科学出版社,2009:2-9.
- [11] 穆罕默德·阿卜杜勒马吉德.格子玻尔兹曼方法[M].北京:电子工业出版社,2015:3.
- [12] YUAN Peng,SCHAEFER L. Equations of state in a lattice Boltzmann model[J]. Physics of Fluids,2006,18(4):329.
- [13] KANG Qinjun,ZHANG Dongxiao,CHEN Shiyi. Displacement of a two-dimensional immiscible droplet in a channel [J]. Physics of Fluids,2002,14(9):3203-3214.
- [14] MARTYS N S,CHEN Hudong. Simulation of multicomponent fluids in complex three-dimensional geometries by the lattice Boltzmann method[J]. Physical Review E,1996,53(1):743-750.

(上接第7页)

- [16] VAFAI K,MAHJOOB S. Analysis of heat transfer in consecutive variable cross-sectional domains: applications in biological media and thermal management[J]. Journal of Heat Transfer,2011,133(1):81-90.
- [17] LEE D Y,VAFAI K. Analytical characterization and conceptual assessment of solid and fluid temperature differentials in porous media[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer,1999,42(3):423-435.
- [18] KAYS W M,CRAWFORD M E,WEIGAND B. Convective heat and mass transfer[M]. New York:Mcgraw-Hill,1980:421-472.
- [19] NIELD D A,BEJAN A. Convection in porous media [M]. 3rd. Berlin:Springer,2006:97-98.
- [20] 王克用,王大中,李培超.多孔介质平板通道传热模型的两相求解方法[J].应用数学和力学,2015,36(5):494-504.
- [21] TING T W,HUNG Y M,GUO N. Viscous dissipative nanofluid convection in asymmetrically heated porous microchannels with solid-phase heat generation[J]. International Communication in Heat and Mass Transfer,2015,68:236-247.

(上接第11页)

- [4] REPETTI R V,LEONARD E F. Segré-silberberg annulus formation: a possible explanation[J]. Nature,1964,203(4952):1346-1348.
- [5] JEFFREY R C,PEARSON J R A. Particle motion in laminar vertical tube flow[J]. Journal of Fluid Mechanics,1965,22(4):721-724.
- [6] OLIVER D R. Influence of particle rotation on radial migration in the poiseuille flow of suspensions[J]. Nature,1962,194(4835):1269-1270.
- [7] DI CARLO D,EDD J F,HUMPHRY K J,et al. Particle segregation and dynamics in confined flows[J]. Physical Review Letters,2009,102(9):094503.
- [8] 王企鲲.微通道中颗粒所受惯性升力特性的数值研究[J].机械工程学报,2014,50(2):165-170.
- [9] 王企鲲,李海军,李昂,等.颗粒惯性聚集中惯性升力的特性研究[J].水动力学研究与进展,2014,29(5):531-532.
- [10] 王企鲲,王浩.微通道中弹性颗粒所受惯性升力特性的数值研究[J].机械工程学报,2015,30(14):161-163.