

[研究·设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2019.06.006

高雷诺数层流管道中颗粒惯性聚集力学成因的数值研究

钱佳杰, 朱 亮, 王企鲲, 薛壮壮

(上海理工大学 能源与动力工程学院, 上海 200093)

摘 要:根据高雷诺数和低雷诺数层流管道中颗粒不同的聚集情况,课题组根据“相对运动原理”并结合CFD技术,建立了“相对运动模型”。采用数值模拟研究了在圆形截面通道高雷诺数层流中颗粒所受惯性升力的空间分布特征;探究了颗粒惯性聚集现象在高雷诺数层流管道中所出现的内部聚集圆环的力学成因和影响因素。研究结果表明:颗粒在高雷诺数工况下所受的惯性升力的空间分布规律与低雷诺数工况完全不同;在靠近通道中心处出现了新的升力零点,是形成颗粒内环聚集区域的力学成因。这种现象的产生和颗粒表面的剪切应力分布及压力分布有关,其中剪切应力分布的变化占主导作用。

关 键 词:颗粒惯性聚集;高雷诺数层流;管道流动;惯性升力;颗粒聚集内环;剪切应力

中图分类号:O359

文献标志码:A

文章编号:1005-2895(2019)06-0025-07

Numerical Analysis on Inertial Focusing of Particles in Laminar Pipe Flow with High Reynolds Number

QIAN Jiajie, ZHU Liang, WANG Qikun, XUE Zhuangzhuang

(School of Energy and Power Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: According to the different aggregation conditions of particles in high Reynolds number laminar flow pipes and in low Reynolds number laminar flow pipes, the "relative motion model" was established based on the "principle of motion relativity" and the combination of CFD (Computational Fluid Dynamics) technique. The spatial characteristics of inertial lift force applied on the particles in high Reynolds number laminar were numerically investigated in a circular cross section of the pipe. The mechanical cause and influencing factors of the inner annulus of focusing particles in the high Reynolds number laminar flow pipeline were studied. The results show that the spatial characteristics of inertial lift force on the particles inside the laminar pipe flow with high Reynolds number are completely different from those inside the laminar pipe flow with low Reynolds number. A new lift zero point appears near the center of the channel, which is the mechanical cause of the formation of the inner annulus of the particle. The occurrence of this phenomenon is related to the shear stress and pressure distribution on the particle surface, and the changes of the shear stress are the main cause.

Keywords: inertial focusing of particles; laminar flow with high Reynolds; pipe flow; inertial lift force; inner annulus of focusing particles; shear stress

颗粒两相流是自然界和工业生产中一种常见的流动形式。大量学者利用理论推导、实验和数值计算等方法进行了研究。其中,通过对细颗粒在 Poiseuille 流

动中运动的研究,Segre 和 Silberberg^[1]发现了在较低雷诺数下($Re < 100$),颗粒流经一定距离后,会稳定地聚集在距离管道轴心 0.6 倍半径左右的位置处,呈圆

收稿日期:2019-04-03;修回日期:2019-06-29

基金项目:教育部博士点基金资助项目(20113120120003)。

第一作者简介:钱佳杰(1994),男,江苏海门人,硕士研究生,主要研究方向为流体力学。通信作者:王企鲲(1978),男,浙江嘉兴人,博士,副教授,主要研究领域为叶轮机械流体动力学、低雷诺数黏性流体力学、生物流体力学等。E-mail: wangqk@usst.edu.cn

环状随主流流动,该圆环被称为“Segre-Silberberg 圆环”。之后经许多学者^{[2],[3]169,[4-5],[6]197}的继续研究,低雷诺数下的惯性聚集现象的力学机理已经可以被解释。颗粒惯性升力的分布在低雷诺数下具有如下一般规律:颗粒受到的惯性升力在通道中心附近区域指向壁面(即为正值),且随管轴距离的增加表现为“先增大后减小,直至为零”的趋势;而在管道壁面附近区域,惯性升力的方向始终指向通道中心(即为负值),且随着离管壁距离的减小急剧增加。整条升力曲线在横向的分布存在除通道中心外的唯一零点,该点即为颗粒稳定的惯性聚集点^{[3]167}。而颗粒所受合力主要有剪切梯度力和壁面升力组成,对于这2个力的研究存在一定困难,目前相关结果还不充足和完善。

根据“惯性聚集原理”制作的微流控芯片已经成功应用于低雷诺数下颗粒和细胞等的控制与分离^[7-8]。但在工业生产中,管道流量一般较大,管道雷诺数较高,对高雷诺数下颗粒惯性聚集现象的研究具有重要的现实意义。Matas 等^{[9]171}继续了 Segre 和 Silberberg 的研究,把实验的最大通道雷诺数增大到 2 400。发现在较高雷诺数 ($Re > 700$) 的工况下,除了出现了“Segre-Silberberg 环”(以下简称“外环”),靠近通道轴心会出现第 2 个聚集位置(以下简称“内环”)。而基于“渐进匹配展开法”的理论研究方法,虽然成功地预测了外环的位置^[10],但无法找到内环的位置。Matas 等^{[9]190,[11]}认为“渐进匹配展开法”采用了“点颗粒假设”,忽略了颗粒尺寸的影响,导致无法获得内部聚集位置。

CFD 技术的发展和成熟,为流体力学的研究提供了新的方法。相关学者^[12-16]采用不同的数值模拟方法,对管道中颗粒的惯性聚集情况进行了研究。在较高雷诺数的工况下,都发现了内部聚集点的存在,和 Matas 的实验结果^{[9]188}一致。但这些结果更多的是从颗粒运动轨迹来判断内环的产生,而没有从本质即颗粒受力的角度分析。最近, Morita 等^[17]通过实验发现:如果管道足够长,管道内原本聚集在内环的颗粒会向外环移动,导致内环的消失,因此他们认为内环不是一个稳定的聚集位置。遗憾的是:迄今为止,有关高雷诺数工况下颗粒惯性聚集的文献较少,研究尚不充分,内环的稳定性也没有统一的观点。

在高雷诺数时会出现内环聚集区,此时颗粒所受力学特性与低雷诺数时不同,这必然存在新的力学形成机制。但有关这方面的研究报道相对较少。课题组在对低雷诺数管流中颗粒惯性聚集的力学成因研究的

基础上^{[3]170,[6]197},采用数值模拟方式研究了在高雷诺数的圆形截面的直通道层流中,球形颗粒所受惯性升力的空间分布特征,旨在从力学角度探究了内环形成的原因。

1 计算模型与方法

1.1 计算模型简介

颗粒所受到的惯性升力即是指颗粒周围流体对其作用力的合力沿垂直于主流方向的分量。只要将上述流场通过 CFD 的方法计算出来,便不难获得颗粒表面的应力张量 $\mathbf{P}$,进而按式(1)即可获得颗粒所受的惯性升力 $\mathbf{F}_L$ 。相比于其它两相流的特殊计算方法,该升力求解方法的准确度会更高些。

$$\mathbf{F}_L = \iint_{\Sigma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{P} dA. \quad (1)$$

式中: $\mathbf{P}$ 为应力张量; $\mathbf{n}$ 为颗粒表面外法线单位向量; A 为颗粒表面积。

对上述问题进行 CFD 计算时的难点在于:由于颗粒是运动的,因而作为流场固体边界之一的颗粒表面的相对位置也随时间推进而发生变化。这种流场在常规的静止坐标系中(如图 1(b)中所示的置于通道中心的 $O\text{-}XYZ$ 坐标系)为典型的非定常、动边界流动,计算过程较为复杂且计算周期极长。考虑到本文研究目的是获取处于通道截面上不同横向位置处颗粒的横向力,而不是颗粒在通道内运动的过程,因此利用运动相对性的基本思想建立一个相对运动计算模型,以此将原本复杂的非定常、动网格计算转化为定常、固定网格的计算。该方法使计算过程大为简化,具体实施过程如下文所述。

如图 1(a)所示,将参考坐标系 $o\text{-}xyz$ 建立于球形颗粒中心,并以颗粒的平移速度 $\mathbf{U}_p$ 与颗粒一起作等速平移。在此平移坐标系 $o\text{-}xyz$ 中:颗粒平移速度为零,仅作以坐标原点 o 为旋转中心的旋转运动;通道壁面以颗粒的平移速度 $\mathbf{U}_p$ 反向移动。在平移坐标系 $o\text{-}xyz$ 中,整个流场便退化为准定常流动,采用固定的网格系统便可进行 CFD 求解,从而减少计算时间,降低计算的难度。再加上平移坐标系 $o\text{-}xyz$ 本质上仍是一个惯性坐标系,常规的 CFD 代码对其计算依然有效,仅需对速度型边界条件根据运动相对性原理转为相对意义下的值即可。

在上述相对运动计算模型中,原本颗粒的平移速度 $\mathbf{U}_p$ 及旋转角速度 $\boldsymbol{\omega}_p$ 被转化为壁面的速度型边界条件。笔者采用“试凑法”加以确定:假设一个颗粒速度 $\mathbf{U}_p$,试算后,获得颗粒在主流方向(即 X 轴方向)所受

的合力 F_x , 调节 U_p 使 F_x 在计算精度范围内趋近于零, 即颗粒速度与流体一致, 此 U_p 即为所需的颗粒运动速度。完成 U_p 的试凑后, 类似地对于颗粒的旋转速度 ω_p 进行试凑, 直至获得某个 ω_p , 使得颗粒所受的力矩在计算精度范围内为零。通过试凑获得了同时满足以上条件的 U_p 和 ω_p , 此时 Y 轴方向颗粒所受的合力便是其所在位置处的惯性升力 F_L 。只要将颗粒置于通道截面上若干所关心的位置, 即可得到颗粒所受惯性升力的分布。

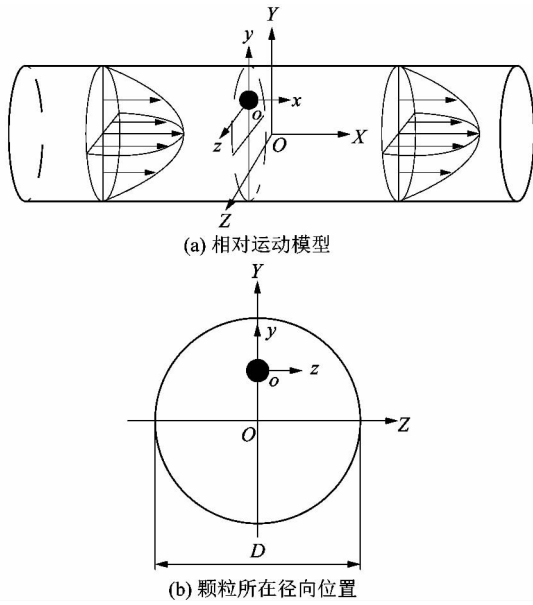


图1 相对运动模型

Figure 1 Relative motion model

1.2 计算工况

为了便于之后的讨论, 笔者定义以下无量纲参数:

1) 无量纲升力系数

$$C_{F_L} = \frac{F_L}{\rho U^2 a^4 / D^2} \quad (2)$$

式中: F_L 为颗粒所受惯性升力; ρ 为流体密度; U 为管道中流体平均速度; a 为颗粒直径; D 为圆管直径, 为和实验对比取 8 mm。

2) 颗粒无量纲直径

$$a^+ = \frac{a}{D} \quad (3)$$

3) 颗粒无量纲径向位置

$$r^+ = \frac{r}{D/2} \quad (4)$$

式中 r 为颗粒径向位置坐标。

4) 通道雷诺数

$$Re = \frac{UD}{\nu} \quad (5)$$

式中 ν 为管道内流体的运动黏度。

为保证颗粒为悬浮状态, 颗粒与管道中流体的密度相同, 同时把颗粒放置于管道中部的截面上 (如图 1 (a) 所示)。

1.3 计算方法及网格

为了提高计算精度, 在颗粒周围取一个立方体, 对颗粒周围的网格进行加密, 网格密度从颗粒到管口逐渐变稀。经过网格独立性检查后, 确定总体网格数在 70 万左右。网格划分如图 2 所示。

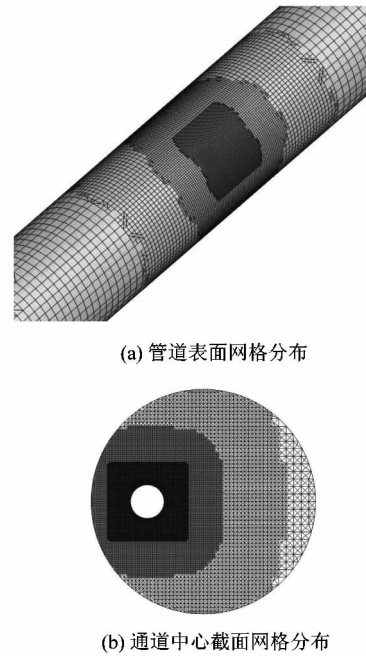


图2 网格划分

Figure 2 Hypermesh

三维、定常和不可压缩 N-S 方程:

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{W} &= 0; \\ (\mathbf{W} \cdot \nabla) \mathbf{W} &= -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{W}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{W}$ 为平移坐标系 $o-xyz$ 中流体的速度 (即相对速度); p 为流体压强; ρ 和 ν 为流体密度及运动黏度, 均为常数 (不可压缩流体)。

若记静止坐标系 $O-XYZ$ 中, 流体速度为 $\mathbf{V}$, 颗粒平移速度为 $\mathbf{U}_p$, 则根据运动相对性原理, 有:

$$\mathbf{V} = \mathbf{W} + \mathbf{U}_p \quad (7)$$

当数值求解式 (6) 后, 可获得相对速度场 $\mathbf{W}$ 及压力场 p , 再根据式 (7) 计算流场的绝对速度, 然后根据式 (8) ~ (9), 便可获得流场的变形速率张量 $\mathbf{S}$ 及应力张量 $\mathbf{P}$, 最终利用式 (1) 便可获得颗粒所受的惯性升力 F_L 。

$$S = \frac{1}{2}[(\nabla \cdot V) + (\nabla \cdot V)^T]; \quad (8)$$

$$P = -pI + 2\mu S. \quad (9)$$

式中: I 为二阶单位张量; μ 为流体的动力黏度。

边界条件设置为: 壁面为无滑移壁面, 并以颗粒速度反向运动; 颗粒为无滑移壁面且只做旋转运动; 通道进出口统一设置为周期性边界条件以避免进出口效应的影响。

求解方程时, 考虑到流速较高, 压力和速度梯度较大, 颗粒压力和速度的耦合采用“Coupled”算法更容易收敛; 对流项采用“QUICK”格式离散; 黏性项采用“中心格式”离散。

2 计算结果的验证

上述计算方法对低雷诺数通道层流中颗粒聚集位置的预测可以取得满意的结果, 具体内容不再赘述, 可参见文献[6]。图3给出了高雷诺数情形, 即通道 $Re = 1\,000$, 无量纲粒径 $a^+ = 1/17$ 时, 实验统计数据^{[9]179}和使用相对运动模型数值计算结果的对比。

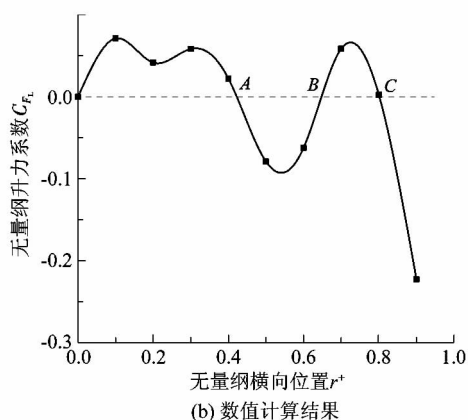
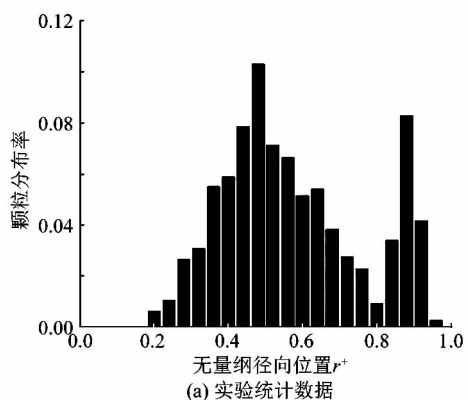


图3 $Re = 1\,000$ 且 $a^+ = 1/17$ 工况下
实验与数值计算结果对比

Figure 3 Comparison of experimental and numerical
calculation results at $Re = 1\,000$ and $a^+ = 1/17$

图3(a)表明, 无量纲直径 $a^+ = 1/17$ 的颗粒在 $Re = 1\,000$ 的通道中存在两个聚集点, 即 $r^+ = 0.45$ 和 0.85 左右。因为在这2个位置, 颗粒概率分布柱状图为峰值。

图3(b)是使用“相对运动模型”对相同工况的数值计算结果。该图表明, 在该高雷诺数工况下, 沿圆管的半径方向, 惯性升力存在正负波动。升力为正值表示升力方向指向通道壁面; 为负值表示升力方向指向通道轴心。这种升力正负波动的空间分布特征使其形成4个零升力点位置, 它们便是颗粒可能的聚集位置。然而不难分析, 处于A点 $r^+ = 0.42$ 和C点 $r^+ = 0.80$ 的颗粒所在的零升力点是稳定的聚集点, 而处于管道轴心点 $r^+ = 0.00$ 及B点 $r^+ = 0.65$ 的颗粒所在零升力点是不稳定的聚集点。这是因为: 在A、C这2点附近, 颗粒所受惯性升力的方向均分别指向这2点, 且离这2点越远, 惯性升力的数值越大。因此所处于这2点的颗粒若受外界随机扰动的影响而发生位置偏离, 其所受的惯性力会把它重新拉回至这2点。笔者称这种零升力点为稳定聚集点, 它在升力曲线的空间分布上表现为升力曲线在该点为零点且在该点沿径向的斜率(一阶导数)为负值; 在管道轴心点和B点附近, 颗粒所受惯性升力的方向均分别背离这2点, 且离这2点越远, 惯性升力的数值越大。因此处于这2点的颗粒若受外界随机扰动的影响而发生位置偏离, 其所受的惯性力会使它们进一步偏离这2点。因此在管道轴心点和B点上颗粒形成不了稳定聚集, 笔者称这种零升力点为不稳定升力点, 它在升力曲线的空间分布上表现为升力曲线在该点为零点且在该点沿径向的斜率(一阶导数)为正值。

综上所述, 不是所有的零升力点上颗粒都会实现聚集, 只有当惯性升力在其零点附近的邻域内, 其方向始终指向该零点位置, 即惯性升力曲线沿径向的斜率(一阶导数)为负值时, 这种惯性升力的零点才是稳定惯性聚集点, 这可被视为“颗粒稳定聚集点判据”^{[6]197}, 其数学表达式为:

$$\left. \begin{aligned} C_{F_L}(r^+) &= 0; \\ C'_{F_L}(r^+) &< 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

结合图3, 可以认为A和C点作为稳定聚集点和实验内外环的位置相对应。其中A点位置对应内环聚集位置, 偏差6.66%; C点位置对应外环聚集位置, 偏差5.88%。考虑到实验和计算都存在一定误差, 数值计算结果的偏差在可接受范围内。故使用“相对运动模型”的计算结果可以较好地反映实验中颗粒惯性

聚集的实际情况。

3 计算结果与分析

通过对高雷诺数下颗粒惯性升力空间分布曲线特征的比对,不难发现在内环位置处,出现负升力是形成内环的主要原因。所以分析负升力的产生原因便成了探究内环成因的关键。课题组参考低雷诺数惯性升力的研究方法,把惯性升力分为压力项和黏性项,其有如下关系:

$$\mathbf{F}_p + \mathbf{F}_\tau = \mathbf{F}_L \quad (11)$$

类似式(1)定义 2 个分力系数:

$$C_{F_p} = \frac{\mathbf{F}_p}{\rho U^2 a^4 / D^2}; \quad (12)$$

$$C_{F_\tau} = \frac{\mathbf{F}_\tau}{\rho U^2 a^4 / D^2} \quad (13)$$

式中: $\mathbf{F}_p$ 为压力惯性升力; $\mathbf{F}_\tau$ 为剪切惯性升力。

图 4 为 $Re = 100$, $a^+ = 0.1$ 的升力分解,显示各升力系数的分解情况。由图可知,在较小雷诺数工况下,压力惯性升力 $\mathbf{F}_p$ 和剪切惯性升力 $\mathbf{F}_\tau$ 的空间分布具有很强的一致性:随着颗粒离管轴越远,升力系数沿正向增加,随后逐步减小,直至变为负值。不同的是,剪切惯性升力系数要比压力惯性升力系数提前变为负值,系数由正转负的点大约在 $r^+ = 0.5$ 处。压力惯性升力系数只有在靠近壁面处才会变为负值,说明靠近壁面处,壁面效应占主导作用。

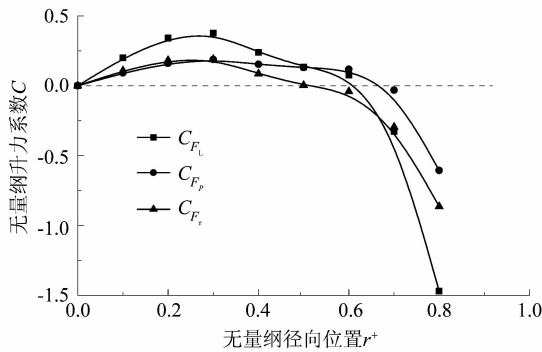


图 4 $Re = 100$ 且 $a^+ = 0.1$ 升力分解

Figure 4 Decomposition of lift at

$Re = 100$ and $a^+ = 0.1$

增大雷诺数至 750, $a^+ = 0.1$ 的升力分解如图 5 所示。从图 5 可以清楚看到:剪切惯性升力系数的零点由 $Re = 100$ 工况下的 $r^+ = 0.50$, 提前到了 $r^+ = 0.23$ 左右,并且之后一直为负值。而压力惯性升力系数虽略有波动,但只在壁面附近受壁面影响变为负值。两者的合力系数,即惯性升力系数在剪切惯性升力系数

的主导下变为负值,这可能是导致内环出现的直接原因。

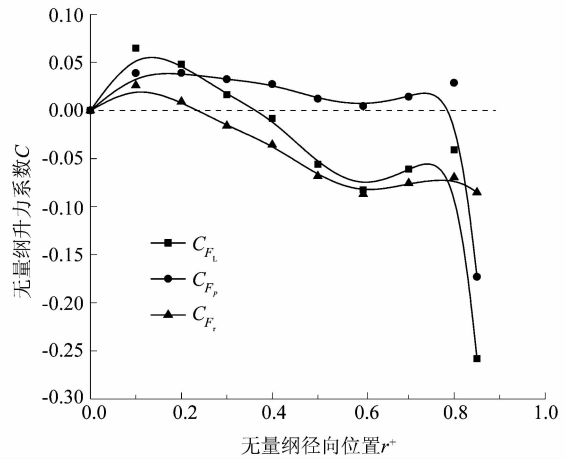


图 5 $Re = 750$ 且 $a^+ = 0.1$ 升力分解

Figure 5 Decomposition of lift at

$Re = 750$ and $a^+ = 0.1$

由于力是积分量,单从力的角度无法发现升力变为负值的内部特性。考虑到流动的对称性,球面上的相关参数关于 XOY 平面对称,只需要考察一半的球面。如图 6 所示,在球面上取不同 Z 坐标值的圆,考察不同圆上的参数,可以大致反映球面上的参数分布。

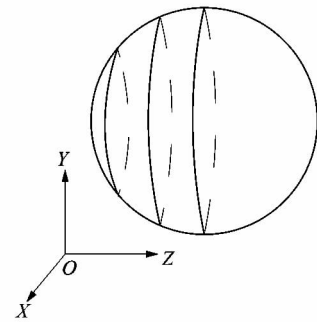


图 6 取截面示意图

Figure 6 Sectional view

球面上圆的无量纲位置

$$Z = \frac{z}{r} \quad (14)$$

圆上各点的无量纲位置

$$X = \frac{x}{r} \quad (15)$$

无量纲压力

$$P^+ = \frac{-p}{\rho U^2 a^2 / D^2} \quad (16)$$

式中: z 为截取圆的 z 坐标; r 为小球半径; x 为圆上各点 x 坐标; p 为圆上各点压力。

由于在 $r^+ = 0.3$ 的位置处,剪切惯性升力在 $Re = 750$ 时开始变为负数,故在 2 个工况下对应位置,用相同的方法取 Z 为 0.000, 0.375 和 0.750 的 3 个圆。压力分布见图 7, 图中虚线为下半圆。

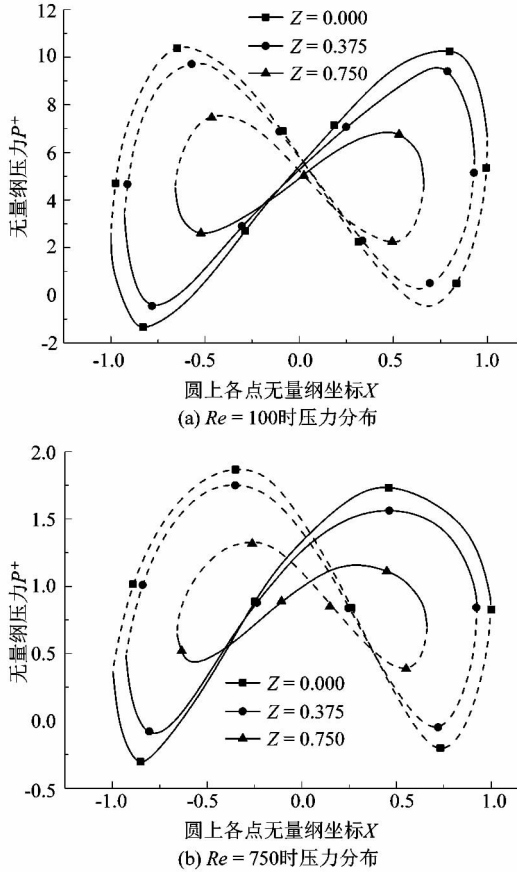


图 7 2 种工况下的压力分布曲线

Figure 7 Pressure distribution curve under two working conditions

从图 7 可以看出,在较低雷诺数 ($Re = 100$) 工况下,压力大致沿着曲线中心点呈反对称分布。而雷诺数的增高会破坏这种分布,使其反对称性消失。但无论是低雷诺数还是高雷诺数的工况,圆上压力大部分为正值,积分后得到的压力惯性升力也一定为正值。因此,压力的变化并不是颗粒受到的惯性升力为负值的主要原因。

下面考察剪切应力的分布对惯性升力的影响。同样参考压力,考察剪切应力在球面上的法向分量:

$$\tau_{nn} = -\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n}. \quad (17)$$

使其无量纲化:

$$T_{nn} = \frac{\tau_{nn}}{\rho U^2 a^2 / D^2}. \quad (18)$$

式中: $\mathbf{n}$ 为圆上各点外法线单位向量; $\boldsymbol{\tau}$ 为球表面剪切

应力。

2 种工况下剪切应力法向分量分布如图 8 所示, 图中虚线为下半圆。

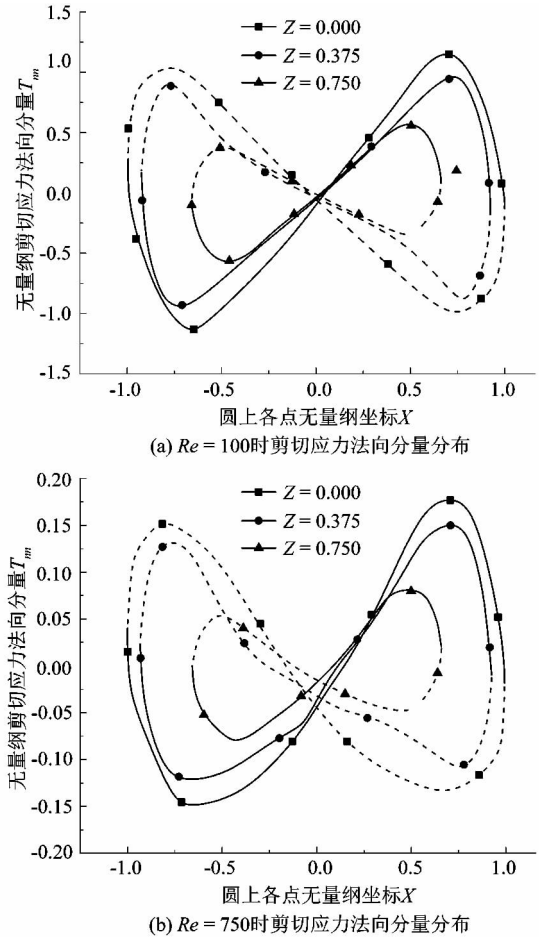


图 8 2 种工况下的剪切应力法向分量分布曲线

Figure 8 Distribution curve of shear stress normal component

从图 8 可知,剪切应力法向分量在较低雷诺数下也会有类似相同工况下压力的反对称性,其中心点的值几乎为零。雷诺数的增大同样会破坏其反对称性。不但如此,高雷诺数工况下,剪切应力法向分量负值区域相比低雷诺数有明显的增加,其中心点的值明显下移,这可能是导致剪切惯性升力变为负值的原因。

正是由于剪切惯性升力变为负值,且其值比压力惯性升力大,导致其合力即总惯性升力为负。导致升力曲线多出一个稳定的升力零点。而该零点对应了实验中的内环,是内环产生的力学成因。

4 结论

课题组基于“相对运动原理”的数值计算模型,研究了高雷诺数管道层流中颗粒所受惯性升力的空间分布特征,得到结论如下:

1) 在高雷诺数工况下,颗粒所受惯性升力的空间分布特征与低雷诺数工况下的存在较大差异。惯性升力分布曲线沿径向存在 2 个零升力点位置,此处是颗粒稳定的聚集点,这是在高雷诺数管道层流中形成内、外环颗粒聚集区的力学成因;

2) 颗粒所受压力只有在壁面处才为负值,流场的压力作用对颗粒惯性升力变为负值的作用不大。颗粒表面剪切应力由于 Re 的增大,导致其负值分布区域增加,从而使得总的剪切惯性升力为负,和压力惯性升力合成后总惯性升力依然为负,是惯性升力变负的主要原因。

参考文献:

- [1] SEGRE G, SILBERBERG A. Radial particle displacements in Poiseuille flow of suspension [J]. *Nature*, 1961,189:209-210.
- [2] DI CARLO D, EDD J F, HUMPHRY K J, et al. Particle segregation and dynamics in confined flow [J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(9):094503.
- [3] 王企鲲. 微通道中颗粒所受惯性升力特性的数值研究[J]. *机械工程学报*, 2014, 50(2):165-170.
- [4] 王企鲲, 李海军, 李昂, 等. 颗粒惯性聚集中惯性升力的特性研究[J]. *水动力学研究与进展*, 2014, 29(5):530-535.
- [5] 王企鲲, 王浩. 微通道中弹性颗粒所受惯性升力特性的数值研究[J]. *机械工程学报*, 2015, 51(14):165.
- [6] WANG Qikun, YUAN Dan, LI Weihua. Analysis of hydrodynamic mechanism on particles focusing in micro-channel flows [J]. *Micromachines*, 2017, 8(7):197.
- [7] 黄炜东, 张何, 徐涛, 等. 基于惯性微流原理的微流控芯片用于血浆分离[J]. *科学通报*, 2011, 56(21):1711-1719.
- [8] KUNTAEGOWDANAHALLI S S, BHAGAT A A S, KUMAR G, et al. Inertial microfluidics for continuous particle separation in spiral microchannels [J]. *Lab on A Chip*, 2009, 9(20):2973-2980.
- [9] MATAS J P, MORRIS J F, GUZZELLI E. Inertial migration of rigid spherical particles in Poiseuille flow [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2004, 515:171-195.
- [10] ASMOLOV E S. The inertial lift on a spherical particle in a plane Poiseuille flow at large channel Reynolds number [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1999, 381:87.
- [11] MATAS J P, MORRIS J F, GUZZELLI E. Lateral force on a rigid sphere in large-inertia laminar pipe flow [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2009, 621:59-67.
- [12] SHAO Xueming, YU Zhaosheng, SUN Bo. Inertial migration of spherical particles in circular Poiseuille flow at moderately high Reynolds numbers [J]. *Physics of Fluids*, 2008, 20(10):103307.
- [13] SUN Bo, YU Zhaosheng, SHAO Xueming. Inertial migration of a circular particle in nonoscillatory and oscillatory pressure-driven flows at moderately high Reynolds numbers [J]. *Fluid Dynamics Research*, 2009, 41(5):055501.
- [14] PAZOUKI A, NEGRUT D. A numerical study of the effect of particle properties on the radial distribution of suspensions in pipe flow [J]. *Computers & Fluids*, 2014, 108:12.
- [15] CHUN B, LADD A J C. Inertial migration of neutrally buoyant particles in a square duct: an investigation of multiple equilibrium positions [J]. *Physics of Fluids*, 2006, 18(3):031704.
- [16] MIURA K, ITANO T, SUGIHARA-SEKI M. Inertial migration of neutrally buoyant spheres in a pressure-driven flow through square channels [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2014, 749:330.
- [17] MORITA Y, ITANO T, SUGIHARA-SEKI M. Equilibrium radial positions of neutrally buoyant spherical particles over the circular cross-section in Poiseuille flow [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2017, 813:765.

(上接第 24 页)

- [2] 韩锋钢, 陈都, 苏海浪. 基于 Top-down 设计方法的客车底盘开发技术[J]. *客车技术与研究*, 2014, 36(6):24-26.
- [3] 张勤超, 赵新泽, 曹正. Bottom-up 与 Top-down 设计方法比较及其交互使用[J]. *机械制造与自动化*, 2009, 38(6):90-92.
- [4] 刘计娟. 基于 Top-Down 设计的装配模型建模方法研究[D]. 徐州: 淮海大学, 2007:3.
- [5] 龚正伟, 周广, 刑明星. 基于 UG 的汽车变速器 Top-Down 设计方法[J]. *汽车工艺师*, 2015(7):71-74.
- [6] 邓平. 基于三维的机械系统 Top-Down 设计关键技术[D]. 国防科学技术大学, 2011:1-2.
- [7] 李晓光, 张链. 基于 Visual Basic 的 SolidWorks 二次开发[J]. *电大理工*, 2012(03):38-40.
- [8] 索超, 李玉翔, 林树忠. 基于 VB 语言对 SolidWorks 参数化设计的二次开发[J]. *制造业自动化*, 2013, 35(15):137-140.
- [9] 张信群. SolidWorks 环境下冲模标准件库的参数化设计[J]. *模具工业*, 2010, 36(12):10-13.