[研究・设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2020.01.011

基于少自由度主动支链的 2R1T 并联机构

赵传森,许 勇*,张强强,董 飞,王 艳

(上海工程技术大学 机械与汽车工程学院,上海 201620)

摘 要:针对空间串联机构的工业机械臂在执行加工操作任务时,普遍存在刚度强度较差、重复精度较低、能耗较高等缺点。基于3条少自由度主动支链,课题组设计了一种具有2RIT自由度的2-RPU/RPS并联机构。计算并验证了2-RPU/ RPS并联机构的自由度,获得了解析形式的位置逆解,证实了该机构仅可能发生运动学正解奇异;依据课题组提出的基于边界数值搜索法的工作空间求解流程,证实了动平台具有沿X方向约80°的较大姿态转动范围;通过SolidWorks虚拟运动仿真获得了2-RPU/RPS并联机构驱动位移变化曲线。仿真结果表明:机构各驱动位移变化曲线均波动较小且在合理取值范围,说明驱动器运转平稳、能耗较低。本研究可为基于并联机构的复杂曲面工件多轴加工装备研发提供有益的参考。

关 键 词:并联机构;少自由度主动支链;解析位置逆解;奇异位形;工作空间 中图分类号:TH112;TP242.2 **文献标志码:**A **文章编号:**1005-2895(2020)01-0057-08

2R1T Parallel Mechanism Based on Active Branched Chain with Few Degrees of Freedom

ZHAO Chuansen, XU Yong^{*}, ZHANG Qiangqiang, DONG Fei, WANG Yan

(School of Mechanical and Automotive Engineering, Shanghai University of Engineering Science, shanghai 201620, China)

Abstract: The industrial manipulator of space tandem mechanism has many shortcomings such as poor stiffness and intensity, low repetition accuracy and high energy consumption when performing processing operations. A 2-RPU/RPS parallel mechanism with 2R1T degrees of freedom was designed based on three active branched chains with less degrees of freedom. The degree of freedom of the 2-RPU/RPS parallel mechanism was calculated and verified, and the inverse solution of the analytical form was obtained, which confirmed that only the forward solution singularity of the mechanism could occur. According to the proposed workspace solution process based on the boundary numerical search method it is proved that the moving platform has a large attitude rotation range of about 80° along the X direction. The 2-RPU/RPS parallel mechanism driving displacement change curve was obtained through SolidWorks virtual motion simulation. The simulation results show that the displacement change curve of each driving displacement of the mechanism fluctuates less and is within the reasonable value range, indicating that the driver runs smoothly and consumes less energy. This study provides a useful reference for the research and development of multi-axis machining equipment for complex curved workpiece based on parallel mechanism.

Keywords: parallel mechanism; active branched chain with few degrees of freedom; inverse solution of analytic position; singular configuration; workspace

最近十多年来,具有更低制造、控制和维护成本的 少自由度并联机构已成为国内外学术界和工业界关注 的热点^[1-5]。2R1T 3 自由度并联机构是少自由度并联 机构中最具代表性的一类,已被成功用于各类高端制 造装备的主机构。

2R1T并联机构动平台受到2个约束力线矢和1

收稿日期:2019-07-04;修回日期:2019-10-25

第一作者简介:赵传森(1995),男,山东泰安人,硕士研究生,主要研究方向为机器人机构学。通信作者:许勇(1974),男,江苏 南通人,博士,副教授,硕士研究生导师。主要研究方向为机器人机构学。E-mail:brucexuyong@163.com

个约束力偶共3个独立约束。其构型综合方法可归纳 为2种^[6]:一是采用3条少自由度主动支链,共同对动 平台施加2个约束力线矢和1个约束力偶,这种方法 可以通过巧妙配置各支链运动副轴线间的空间几何关 系,灵活变换支链约束间的线性相关性质,最终构建出 的支链结构简单,机构运动/力性能的各向同性度较 好,工作空间较大;二是采用3条6自由度主动支链加 1条2R1T被动支链,由被动支链提供约束,这种方法 实现难度较小,但机构结构较复杂,工作空间较小。课 题组采用第1种方法,即用3条少自由度主动支链构 建2R1T并联机构。

在 2R1T 并联机构的少自由度主动支链研究方面:Hunt^[7]于 1983 年首次提出了 3-RPS 并联机构; Huang 等^[8]基于 3-RPS 并联机构发明了具有我国自主 知识产权的三坐标并联动力头,以其为核心功能部件 搭建的五坐标加工中心可用于航空大型铝合金结构件 的高速数控加工;池腾腾等^[9]比较了 4 种 2 转 1 移并 联机构 2-RPU/SPR、2-UPR/SPR、2-UPR/RPS 和 2-RPU/RP S 的静力学性能,认为 2-RPU/SPR 的等效约 束力和驱动力最小,灵活性最高,抗干扰能力最强。基 于 2-UPR/SPR 并联机构的 Exechon 五轴加工中心,已 成为 2R1T 并联机构作为智能制造装备主机构的成功 范例^[10]。但因 2-UPR/SPR 并联机构动平台的转动范 围较小^[11],致使 Exechon 尚难以满足大型复杂曲面结 构件的高速切削/装配需求。

有鉴于此,课题组基于3条少自由度主动支链,构 建了一种动平台具有较大转动能力(绕 X 轴转角范围 约 80°)的 2-RPU/RPS 并联机构。推导出了 2-RPU/ RPS 并联机构解析形式的位置逆解,证实了该机构仅 可能发生运动学正解奇异。基于课题组提出的边界数 值搜索算法求得了机构的工作空间。虚拟运动仿真结 果表明:机构各驱动位移变化曲线均波动较小,且均处 于合理取值范围之内。课题组的研究成果为复杂自由 曲面工件多轴加工装备研发设计提供了参考。

1 2-RPU/RPS 构型简介和坐标系的建立

图1 所示为课题组提出的2R1T3自由度3支链2-RPU/RPS并联机构示意图。该机构的定、动平台均为正三角形,支链1和2采用 RPU构型,支链3采用 RPS构型。支链1和2通过R副与定平台相连、通过U副与动平台相连,P副为驱动副;支链3通过R副与定平台相连、通过S副与动平台相连,P副为驱动副。

 $A_1, A_2 和 A_3$ 分别为定平台上的运动副形心, $B_1, B_2 和 B_3$ 分别为动平台上的运动副形心。



图 1 2-RPU/RPS 并联机构 Figure 1 Schematic diagram of 2-RPU/RPS parallel mechanism

在定平台上建立定坐标系 { *O*-*XYZ* } :定平台形心 为坐标原点 *O*,*Y* 轴正方向由 *O* 点指向 *A*₃,*Z* 轴正方向 垂直于定平台向上,*X* 轴正方向根据右手法则来确定。

在动平台上建立动坐标系 {*o-xyz*}:动平台形心为 坐标原点 *o*,*y* 轴正方向由 *o* 点指向 *B*₃,*z* 轴正方向垂 直于动平台向上,*x* 轴正方向根据右手法则来确定。

图 2 所示为 2-RPU/RPS 并联机构简图。支链 1 和 2 中转动副 R_1 和 R_2 轴线皆平行于 Y 轴,并且分别与 U_1 和 U_2 副中与动平台相连的转轴平行, U_1 和 U_2 副中 的另一转轴同轴,移动驱动副 P_1 和 P_2 轴线分别垂直于 U_1 和 U_2 副 2 条转轴所在的平面。支链 3 中转动副 R_3 的轴线与移动驱动副 P_3 的轴线垂直,且与支链 1 和 2 中转动副 R_1 和 R_2 轴线垂直。

2 自由度分析

机构初始位置,运动支链1与支链2对称分布,动 定坐标系对应的各轴互相平行。定平台上: $A_1(x_{A_1}$ $y_{A_1} 0), A_2(x_{A_2} y_{A_2} 0), A_3(0 y_{A_3} 0); 动平台上:$ $B_1(x_{B_1} y_{B_1} z_{B_1}), B_2(x_{B_2} y_{B_2} z_{B_2}), B_3(x_{B_3} y_{B_3} z_{B_3})_{\circ}$

如图 3 所示,建立支链 1 坐标系的方法如下:以转动副 R_1 的形心为坐标原点 O_1 ,支链 1 的 Y_1 轴正方向和 R_1 轴线方向平行, Z_1 轴正方向垂直于定平台向上, X_1 轴正方向根据右手法则来确定。



图 2 2-RPU/RPS 并联机构机构运动简图 Figure 2 Schematic diagram of 2-RPU/RPS parallel mechanism



图3 支链1运动螺旋系

Figure 3 Branch chain 1 moving spiral system 支链1的运动螺旋系为:

$$\begin{cases} \$_{11} = (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0); \\ \$_{12} = (0 \ 0 \ 0; p_{12} \ 0 \ r_{12}); \\ \$_{13} = (1 \ 0 \ 0; 0 \ z_{B_1} \ y_{B_1}); \\ \$_{14} = (0 \ 1 \ 0; z_{B_1} \ 0 \ x_{B_1})_{\circ} \end{cases}$$
(1)

式中: p_{12} 和 r_{12} 为移动副 P_1 对原点的线矩在X和Z轴的分量;S表示运动螺旋。

求得该支链1的反螺旋为:

$$\begin{cases} \$_{11}^r = (0 \quad 0 \quad 0; 0 \quad 0 \quad 1); \\ \$_{12}^r = (0 \quad 1 \quad 0; -z_{B_1} \quad 0 \quad 0)_{\circ} \end{cases}$$
(2)

由于支链1和支链2的对称性,支链2的反螺 旋为:

$$\begin{cases} s_{21}^{r} = (0 \quad 0 \quad 0; 0 \quad 0 \quad 1); \\ s_{22}^{r} = (0 \quad 1 \quad 0; -z_{B_{1}} \quad 0 \quad 0)_{\circ} \end{cases}$$
(3)

如图 4 所示,建立支链 3 坐标系的方法如下:以转 动副 R₃的形心为坐标原点 O₃,支链 3 的 X₃轴正方向 和 R₃轴线方向同轴,Z₃轴正方向垂直于定平台向上, Y₃轴正方向根据右手法则来确定。





支链3的运动螺旋系为:

 $\begin{cases} \$_{31} = (1 \quad 0 \quad 0; 0 \quad 0 \quad 0); \\ \$_{32} = (0 \quad 0 \quad 0; 0 \quad q_{32} \quad r_{32}); \\ \$_{33} = (1 \quad 0 \quad 0; 0 \quad z_{B_3} \quad y_{B_3}); \\ \$_{34} = (0 \quad 1 \quad 0; z_{B_3} \quad 0 \quad x_{B_3}); \\ \$_{35} = (0 \quad 0 \quad 1; 0 \quad y_{B_3} \quad 0)_{\circ} \end{cases}$ (4)

式中: q_{32} 和 r_{32} 为移动副 P_3 对原点的线矩在Y和Z轴的分量。

求得该支链3的反螺旋为:

$$\$_{31}^{r} = (1 \quad 0 \quad 0; 0 \quad -z_{B_3} \quad 0)_{\circ}$$
 (5)

由以上3条支链的反螺旋系约束,可知限制了动 平台沿 *x* 和 *y* 轴的移动和 *z* 轴方向的转动。因此 2-RPU/RPS 并联机构具有3个自由度,分别是动平台绕 *x*,*y* 轴的转动和沿 *z* 轴的移动^{[12]124}。

采用修正的 Kutzbach Grubler 公式^{[12]115} 计算 2-RPU/RPS 并联机构的自由度。

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^{g} f_i + \mu - \xi = 3_{\circ} \quad (6)$$

式中:M 为机构的自由度数;d 为机构的阶,对于平面 机构和球面机构,d=3,对于空间机构,d=6;n 为机构 的杆件数(包括机架);g 为运动副数; f_i 为第i 个运动 副的自由度数目; μ 为机构的过约束数目; ξ 为机构存 在的局部自由度数目。

3 位置逆解

输入位移(l1,l2,l3)。

设动平台相对于定平台的空间姿态用 Z-Y-X 型欧 位置逆解分析是在确定了机构的结构参数和动平 拉角^[13]表示为(θ_r , θ_r),则其位姿变换矩阵为: 台输出位姿 (z, θ_x, θ_y) 的前提下,求解机构的驱动连杆

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{R}(\theta_z)\boldsymbol{R}(\theta_y)\boldsymbol{R}(\theta_x) = \begin{bmatrix} \cos\theta_y \cos\theta_z & \cos\theta_z \sin\theta_x \sin\theta_y - \cos\theta_x \sin\theta_z & \sin\theta_x \sin\theta_z + \cos\theta_x \cos\theta_z \sin\theta_y \\ \cos\theta_y \sin\theta_z & \cos\theta_x \cos\theta_z + \sin\theta_x \sin\theta_y \sin\theta_z & \cos\theta_x \sin\theta_y \sin\theta_z - \sin\theta_x \cos\theta_z \\ -\sin\theta_y & \cos\theta_y \sin\theta_x & \cos\theta_x \cos\theta_y \end{bmatrix} \circ (7)$$

式中: θ_x , θ_y , θ_z , θ_z 分别为绕动坐标系 x,y,z轴转动的欧 拉角。

 $\Box \cos \theta$

$$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{R}(\theta_z) \boldsymbol{R}(\theta_y) \boldsymbol{R}(\theta_x) = \begin{bmatrix} \cos \theta_y & \sin \theta_x \sin \theta_y & \cos \theta_x \sin \theta_y \\ 0 & \cos \theta_x & -\sin \theta_x \\ -\sin \theta_y & \cos \theta_y \sin \theta_x & \cos \theta_x \cos \theta_y \end{bmatrix}^{\circ}$$
(8)

度,所以可令 θ_z =0,则有:

定平台每个运动副 A, 在 { O-XYZ } 中的位置矢量 可表示为:

$${}^{o}\boldsymbol{A}_{i} = \begin{cases} A_{1} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}R - \frac{R}{2} & 0\right); \\ A_{2} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}R - \frac{R}{2} & 0\right); \\ A_{3} = \left(0 - R & 0\right)_{\circ} \end{cases}$$
(9)

动平台每个运动副 B_i 在 $\{o-xyz\}$ 中的位置矢量可 表示为:

$${}^{o}\boldsymbol{B}_{i} = \begin{cases} B_{1} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}r - \frac{r}{2} - 0\right); \\ B_{2} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}r - \frac{r}{2} - 0\right); \\ B_{3} = \left(0 - r - 0\right)_{\circ} \end{cases}$$
(10)

在定坐标系 $\{O-XYZ\}$ 下位置矢量°**B** (i=1,2,3)



由自由度分析可知动平台具有2转1移的3自由





则动平台中各运动副 B; 的坐标在定坐标系 { O-XYZ 中的坐标可采用坐标变换得到:

$${}^{o}\boldsymbol{B}_{1} = \left(\frac{\sqrt{3}r}{2}\cos\theta_{y} - \frac{r}{2}\sin\theta_{x}\cos\theta_{y} + x - \frac{r}{2}\cos\theta_{x} + y - \frac{\sqrt{3}r}{2}\sin\theta_{y} - \frac{r}{2}\cos\theta_{y}\sin\theta_{x} + z\right);$$

$${}^{o}\boldsymbol{B}_{2} = \left(-\frac{\sqrt{3}r}{2}\cos\theta_{y} - \frac{r}{2}\sin\theta_{x}\sin\theta_{y} + x - \frac{r}{2}\cos\theta_{x} + y - \frac{\sqrt{3}r}{2}\sin\theta_{y} - \frac{r}{2}\cos\theta_{y}\sin\theta_{x} + z\right);$$

$${}^{o}\boldsymbol{B}_{3} = (r\sin\theta_{x}\sin\theta_{y} + x - r\cos\theta_{x} + y - r\cos\theta_{y}\sin\theta_{x} + z)_{\circ}$$

$$(11)$$

3条支链驱动杆尺寸可表示为 $l_i = |B_i - A_i|$,所以:

$$l_{1} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}r}{2}\cos\theta_{y} - \frac{r}{2}\sin\theta_{x}\sin\theta_{y} + x - \frac{\sqrt{3}}{2}R\right)^{2} + \left(-\frac{r}{2}\cos\theta_{x} + y + \frac{R}{2}\right)^{2} + \left(-\frac{\sqrt{3}r}{2}\sin\theta_{y} - \frac{r}{2}\cos\theta_{x}\cos\theta_{y} + z\right)^{2}};$$

$$l_{2} = \sqrt{\left(-\frac{\sqrt{3}r}{2}\cos\theta_{y} - \frac{r}{2}\sin\theta_{x}\sin\theta_{y} + x + \frac{\sqrt{3}}{2}R\right)^{2} + \left(-\frac{r}{2}\cos\theta_{x} + y + \frac{R}{2}\right)^{2} + \left(\frac{\sqrt{3}r}{2}\sin\theta_{y} - \frac{r}{2}\cos\theta_{y}\sin\theta_{x} + z\right)^{2}};$$

$$l_{3} = \sqrt{\left(r\sin\theta_{x}\sin\theta_{y} + x\right)^{2} + \left(r\cos\theta_{x} + y - R\right)^{2} + \left(r\cos\theta_{y}\sin\theta_{x} + z\right)^{2}},$$
(12)

4 雅克比矩阵求解

机构输入速度到输出速度的映射由雅可比矩阵来 表达。

对 2-RPU/RPS 并联机构的位置逆解方程(12)两

边对时间求导,整理得:

$$\boldsymbol{J}_{q}\boldsymbol{\dot{L}} = \boldsymbol{G}\boldsymbol{\dot{V}}_{p\,\circ} \tag{13}$$

式中: $\vec{L} = (\vec{l}_1 \ \vec{l}_2 \ \vec{l}_3)$ 表示驱动连杆的伸缩线速度; $\dot{V}_{p} = (\dot{z} \ \dot{\theta}_{x} \ \dot{\theta}_{y})$ 表示动平台的输出速度; G和 J_{q} 分 别为机构的正、逆雅可比矩阵^{[14]148}。

推导得到 2-RPU/RPS 并联机构的正雅可比矩阵 *G* 为:

$$\boldsymbol{G} = \begin{pmatrix} M_1 & M_4 & M_7 \\ M_2 & M_5 & M_8 \\ M_3 & M_6 & M_9 \end{pmatrix}^{\circ}$$
(14)

其中:

$$M_{1} = \frac{2z - r\sin \theta_{x} \cos \theta_{y} - \sqrt{3}r\sin \theta_{y}}{\sqrt{2V + \sqrt{3}Rr\sin \theta_{x} \sin \theta_{y} - U}};$$

$$M_{2} = \frac{2z - r\sin \theta_{x} \cos \theta_{y} - \sqrt{3}r\sin \theta_{y}}{\sqrt{2V - \sqrt{3}Rr\sin \theta_{x} \sin \theta_{y} - U}};$$

$$M_{3} = \frac{z + r\sin \theta_{x} \cos \theta_{y}}{\sqrt{V + 2zr\sin \theta_{x} \cos \theta_{y} - 2Rr\cos \theta_{x}}};$$

$$M_{4} = \frac{\sqrt{3}Rr\sin \theta_{y} \cos \theta_{x} - 2zr\cos \theta_{x} \cos \theta_{y} + Rr\sin \theta_{x}}{2\sqrt{2V + \sqrt{3}Rr\sin \theta_{x} \sin \theta_{y} - U}};$$

$$M_{5} = -\frac{\sqrt{3}Rr\sin \theta_{y} \cos \theta_{x} + 2zr\cos \theta_{x} \cos \theta_{y} - Rr\sin \theta_{x}}{2\sqrt{2V - \sqrt{3}Rr\sin \theta_{x} \sin \theta_{y} - U}};$$

$$M_{6} = \frac{2zr\cos \theta_{x} \cos \theta_{y} + 2Rr\sin \theta_{x}}{\sqrt{V + 2zr\sin \theta_{x} \cos \theta_{y} - 2Rr\cos \theta_{x}}};$$

$$M_{7} = \frac{W + \sqrt{3}Rr\sin \theta_{x} \cos \theta_{y}}{2\sqrt{2V + \sqrt{3}Rr\sin \theta_{x} \sin \theta_{y} - U}};$$

$$M_{8} = \frac{W - \sqrt{3}Rr\sin \theta_{x} \cos \theta_{y}}{2\sqrt{2V - \sqrt{3}Rr\sin \theta_{x} \sin \theta_{y} - U}};$$

$$M_{9} = \frac{2Rr\sin \theta_{x} - 2zr\sin \theta_{x} \sin \theta_{y}}{\sqrt{V + 2zr\sin \theta_{x} \cos \theta_{y} - 2Rr\cos \theta_{x}}}$$
(15)

$$U = 2zr\sin \theta_x \cos \theta_y - Rr\cos \theta_x - 3Rr\cos \theta_y - 2\sqrt{3}zr\sin \theta_y;$$

$$V = z^2 + R^2 + r^2;$$

$$W = 2zr\sin \theta_x \sin \theta_y + 3Rr\sin \theta_y - 2\sqrt{3}zr\cos \theta_{y,0}$$

推导得到2-RPU/RPS并联机构的逆雅可比矩阵为:

$$\boldsymbol{J}_{q} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{\circ}$$
(17)

5 奇异位形判定

奇异是机器人机构的本身属性,机构到达奇异位 形处时,机构变得不可控制、运动性能差、刚度降 低^[15],因此机构运动时应当远离奇异位形。

奇异构型分为3类:逆解奇异、正解奇异和混合 奇异^[16]。

5.1 运动学逆解奇异

运动学逆解奇异指当机构未输入驱动力/力矩而 输出构件却承受负载力/力偶的奇异位形^{[14]148}。此时 机构的逆雅可比矩阵行列式为0,而正雅克比矩阵的 行列式不为0,即:

$$|\mathbf{G}| \neq 0; |\mathbf{J}_{a}| = 0_{\circ}$$
 (18)

由式(17)知 $|J_q|$ 不可能为0,所以2-RPU/RPS并 联机构不会发生运动学逆解奇异。

5.2 运动学正解奇异

运动学正解奇异指当机构刚化所有驱动副后输出 构件仍具有不可控自由度的奇异位形^{[14]149}。此时机 构的正雅可比矩阵行列式为0,而逆雅克比矩阵的行 列式不为0,即:

$$|\mathbf{G}| = 0; |\mathbf{J}_{a}| \neq 0_{\circ}$$
 (19)

由式(14)得:

$$\begin{split} |G| &= M_1(M_5M_9 - M_6M_8) - M_4(M_2M_9 - M_3M_8) + \\ M_7(M_2M_6 - M_3M_5) &= 0_{\circ} \\ & 满足上式的 3 种可能情况如下: \\ 1) 若 \end{split}$$

J

$$4z - 2r\sin\theta_x \cos\theta_y - 2\sqrt{3}r\sin\theta_y - \sqrt{3}Rr\sin\theta_y \cos\theta_x + 2zr\cos\theta_x \cos\theta_y - Rr\sin\theta_x = 0;$$

$$z + r\sin\theta_x \cos\theta_y - 2zr\cos\theta_x \cos\theta_y - 2Rr\sin\theta_x = 0;$$
(21)

 $2z - r\sin \theta_x \cos \theta_y + \sqrt{3}Rr\sin \theta_y \cos \theta_x + 2zr\cos \theta_x \cos \theta_y - \sqrt{3}r\sin \theta_y - Rr\sin \theta_x = 0_{\circ}$

(16)

若要满足式(21),可取:
 当
$$z = 0$$
时动、定平台重合。由于机构构件的实际

 $z = 0;$
 尺度和运动副运动范围的限制,这种情况不可能发生。

 $\theta_x = 0;$
 (22)
 2)若

$$M_{1} = -M_{7};$$

$$M_{2} = M_{8};$$

$$M_{3} = M_{90}$$

$$K = 0;$$

$$\theta_{x} = 0;$$

$$\theta_{y} = 0$$

$$(24)$$

3) 若

$$\begin{bmatrix}
 M_4 &= -M_7; \\
 M_6 &= M_9; \\
 M_5 &= M_{8,0}
 \end{bmatrix}
 (25)$$

若要满足式(25),可取:

$$z = 0;
\theta_x = 0;
\theta_y = 0_y$$

$$(26)$$

此种情况下由于z=0时,动平台和定平台重合, 由于机构的尺度参数和构型的限制,所以这种情况不 可能发生。

综上所述,课题组研究的2-RPU/RPS并联机构在 其工作空间内,不会发生运动学正解奇异。

5.3 混合奇异

混合奇异发生条件为

$$|\boldsymbol{G}| = 0, \underline{\square} |\boldsymbol{J}_q| = 0_{\circ}$$
(27)

由于 $|J_a| \neq 0$,所以此并联机器人的工作空间内混 合奇异不会发生。

6 工作空间求解

机构的工作空间是机构输出构件的独立运动范 围,工作空间是衡量机构运动学性能的重要指标^[17]。

6.1 工作空间约束条件

2-RPU/RPS 并联机构工作空间求解的约束条件 包括驱动副行程约束和机构输出位移约束。

1) 驱动副行程约束

移动驱动副行程约束,即机构各支链中,移动驱动 副输入位移的取值范围。

文中机构由3条驱动连杆的伸缩来操控动平台位 姿,其伸缩行程约束为:

$$l_{i,\min} < l_i < l_{i,\max}$$
 (28)

式中:l_i为第 i 个移动驱动副行程, i = 1, 2, 3。

2) 输出位移约束

输出位移约束,即机构末端执行器(并联机构动 平台)输出位移的取值范围。

文中并联机构动平台的3个独立输出运动(即机 构的3个自由度) θ_x 、 θ_y 和z的输出位移约束分别为:

$$\left. \begin{array}{l} \theta_{x,\min} < \theta_x < \theta_{x,\max}; \\ \theta_{y,\min} < \theta_y < \theta_{y,\max}; \\ z_{\min} < z < z_{\max} \\ \end{array} \right\}$$
(29)

6.2 工作空间求解

并联机构工作空间的求解方法可归结为图形法、 解析法和数值法3类。课题组采用基于位置逆解的边 界数值搜索法^[18] 求解 2-RPU/RPS 并联机构工作 空间。

课题组提出的边界数值搜索法的具体步骤如下:

1) 根据并联机构的结构参数,确定动平台的3个 独立输出运动(即机构的3个自由度) θ_x, θ_y 和 z 的搜 索范围,即需要分别确定 $z_{\min}, z_{\max}, \theta_{x,\min}, \theta_{x,\max}, \theta_{y,\min}, \theta$ $\theta_{x,max}$ 的数值,且搜索范围需要满足约束式(29)。

2) 将 θ_x , θ_y 和 z 的搜索范围均匀划分为 N 等份, 则搜索步长分别为 $\Delta \theta_x = (\theta_{x, \text{max}} - \theta_{x, \text{min}})/N, \Delta \theta_y =$ $(\theta_{y,\max} - \theta_{y,\min})/N, \Delta z = (z_{\max} - z_{\min})/N;$

3) 在 θ_x , θ_x 和 z 的搜索范围内均匀搜索离散点, 设第 $j(1 \leq j \leq N)$ 个离散点的位姿坐标为 $(\theta_{x_i}, \theta_{y_i}, z_i)$ 。 将此位姿坐标代入 2-RPU/RPS 机构位置逆解方程 (12),求解机构位置逆解 *l*₁,*l*₂,*l*₃。若位置逆解 *l*₁,*l*₂, l_3 可求且满足约束式(28),则采样点($\theta_{xi}, \theta_{yi}, z_i$)为机 构可达工作空间内的点,否则为无效点。搜索并校核 完毕采样点($\theta_{xi}, \theta_{yi}, z_i$)之后,令j = j + 1,开始对工作空 间内下一个离散点的搜索。

4) 在 θ_x , θ_y 和z的搜索范围内,当 θ_{xi} , θ_{yi} , z_i 分别达 到 z_{\min} 或 z_{\max} , $\theta_{x,\min}$ 或 $\theta_{x,\max}$, $\theta_{y,\min}$ 或 $\theta_{y,\max}$ 时, 表明已搜 索至机构工作空间的边界点。此时应变换搜索方向, 重新搜索至另一方向的位移极值点。直至所有的 θ_x , θ_x 和 z 位移极值点均被搜索到时,搜索停止。

 θ_x, θ_y 和 z 搜索范围内的所有离散点($\theta_{xi}, \theta_{yi}, z_i$)汇 聚而成的点云,即为 2-RPU/RPS 并联机构的工作 空间。

设定 2-RPU/RPS 并联机构定平台外接圆半径R = 220 mm,动平台外接圆半径 r = 105 mm,输入、输出位 移范围如表1所示。

依据上述边界数值搜索法的具体步骤,结合机构 的结构参数和表1,采用 MATLAB 算法编程求得的 2-RPU/RPS 并联机构工作空间如图 6 所示。由图 6 可 知,机构的工作空间没有空洞,比较规整连续,各向同 性较好。

| 表1 | 输入和输出位移约束范围 | |
|------------------------|-------------------------------|-----------------------|
| Table 1 | Constraint range of input and | |
| output displacement | | |
| 支链1驱动 | 支链2驱动 | 支链3驱动 |
| 位移 l_1 /mm | 位移 l ₂ /mm | 位移 l ₃ /mm |
| $1\ 500 \sim 1\ 600$ | 1 500 ~1 600 | 300 ~400 |
| 动平台绕 x 轴 | 动平台绕 y 轴 | 动平台沿 z 轴 |
| 转角 θ _x /(°) | 转角 $\theta_y/(\circ)$ | 位移/mm |
| -90~90 | - 90 ~ 90 | 500 ~ 1 000 |





7 运动仿真

7.1 末端加工轨迹设定

为了验证机构实现加工运动能力,对该机构模型 基于球面零件加工任务进行连续曲线运动轨迹仿真分 析,目标是运动过程连续平稳、无强烈冲击震动。结果 表明:该刀具在加工零件时走出的是一条标准圆形曲 线轨迹,刀具的位移变化曲线光滑连续且没有间断、凸 起等负面情况的发生,相对而言比较规整,进而说明该 机构运动过程比较平缓,稳定。如图7为并联机构的 加工轨迹图。空间圆的参数方程相对于零件坐标 系为:

$$x = x_0 + r\cos\theta; y = (y_0 + r\sin\theta)\cos\theta_x; z = (z_0 + r\sin\theta)\sin\theta_{x_0}$$
(30)

其中,圆心坐标 $(x_0, y_0, z_0) = (0, 0, 250)$,半径 r =400 mm,圆心角 $\theta \in [0, 2\pi], \theta_x$ 为动平台绕 x 轴的 转角。



图7 末端执行器加工轨迹

Figure 7 Processing trajectory of end-effector

7.2 运动逆解仿真分析

当2-RPU/RPS 并联机构末端执行器沿图 7 中轨 迹运动时,在 SolidWorks 虚拟仿真环境中测得的驱动 位移变化曲线如图 8 所示。其中仿真时间为 19 s。



由图 8 可知, l₁, l₂, l₃参数变化曲线连续、平滑, 没 有突变, 表明机构驱动器运转平稳、能耗较低, 进一步 证明了机构位置逆解模型的合理性。

8 结论

1) 课题组提出了新型的 2 转 1 移 3 自由度 2-RPU/RPS 并联机构,计算并验证了 2-RPU/RPS 并联 机构的自由度,获得了解析形式的位置逆解。

 2)本研究确定了机构的运动学正解奇异、运动学 逆解奇异和混合奇异的判定条件,证实该机构仅可能 发生运动学正解奇异。

3)课题组提出了基于 MATLAB 边界数值搜索法的工作空间求解流程,求解得到了该机构的工作空间, 证实了动平台具有沿 X 方向约 80°的较大姿态转动范围。

4)针对动平台末端执行器执行空间圆形轨迹的 加工任务,课题组通过 SolidWorks 虚拟运动仿真获得 了 2-RPU/RPS 并联机构各驱动位移变化曲线。由图 8 可看出,该机构各驱动位移 *l*₁,*l*₂,*l*₃变化曲线均波动 较小且在合理取值范围,说明驱动器运转平稳、能耗 较低。

仿真结果验证了课题组提出的构型设计、位置逆 解建模、工作空间求解的正确性,为复杂自由曲面工件 多轴加工装备研发设计提供了参考。

参考文献:

- [1] 孔宪文,戈斯林.并联机构构型综合[M].北京:机械工业出版社, 2013:25-34.
- [2] 刘勇,许勇,宋伟,等.对称 3T1R 并联机构构型设计与位置分析
 [J].机械设计与研究,2019,35(2):55-59.
- [3] 倪仕全,田大鹏,石磊. 紧凑型 3-RRS 并联机构运动学仿真及控制研究[J]. 机电工程,2019,36(11):1172-1176.

- [4] 董彦省.两种含等效复合球副少自由度并联机构理论研究[D]. 秦皇岛:燕山大学,2013:34-42.
- [5] 史革盟.球面三自由度并联机构瞬时运动分析[J].机电工程, 2019,36(1):7-12.
- [6] 李秦川,柴馨雪,陈巧红.两转一移三自由度并联机构研究进展
 [J].科学通报,2017,62(14):1507-1519.
- [7] HUNT K H. Structural kinematics of in-parallel-actu-ated robot-arms
 [J]. Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, 1983, 105:705 - 712.
- [8] HUANG Tian, LIU Haitao. Parallel mechanism having two rotational and one translational degrees of freedom: US7793564 [J]. 2010-09-14.
- [9] 池腾腾,王南,周莎莎,等.一种并联机构运动副摆放位置不同的 静力学分析[J].包装工程,2016,37(17):157-161.
- [10] 陶兆胜,彭澎,赵艳芹. Exe-Variant 并联模块静刚度分析[J]. 农业机械学报,2017,48(4):378-389.
- [11] 汤腾飞,张俊,赵艳芹.类 Exechon 并联模块弹性静力学建模与 分析[J].上海交通大学学报,2017,51(8):993-999.
- [12] 黄真.高等空间机构学[M].北京:高等教育出版社,2014:123-128.
- [13] 克雷格. 机器人学导论[M]. 贠超, 王伟, 译. 4 版. 北京: 机械工 业出版社, 2006:33-34.
- [14] 柴馨雪,项济南,李秦川.2-UPR-RPU并联机构奇异分析[J].机 械工程学报,2015,51(13):144-151.
- [15] 吕叶萍,许勇,刘勇,等.一种含闭环结构单元的新型2RIT并联 机构运动性能优化[J].机械设计与研究,2019,35(2):51-59.
- [16] 李秦川,孙晓东,陈巧红,等. 2-PRS-PRRU并联机构运动学与奇 异分析[J]. 机械工程学报,2011,47(3):21-27.
- [17] 季晔,刘宏昭,原大宁.4-SPS/PPU型并联机构工作空间与尺度 分析[J].农业机械学报,2013,44(11):322-328.
- [18] SHAH H L. Kinematic, dynamic and workspace analysis of a novel 6-DOF parallel manipulator [D]. New York: State University of NewYork at Buffalo, 2010:16 - 77.

[信息・简讯]

·产品信息·西门子推出 MindSphere 标准应用 Analyze MyDrives V1.0

西门子最新发布 Analyze MyDrives V1.0 版本,并将这一经过验证的应用程序作为 MindSphere 应用商店中的标准应用提供给用 户。该版本为用户提供了功能强大的新图库,以实现快速可视化。全新"平移和扫描"功能可以帮助用户精确地设置监控时间范 围。新版本还改进了基于简单 IFTTT 控制机制的电子邮件通知服务。此外,用户可以自由配置趋势分析的显示方式(例如时间序 列图和散点图),以支持更强大的双变量图形相关分析。全新仪表板可直观地显示所有驱动器相关组件的关键状态信息。如有必 要,用户可以查看到每个驱动系统组件的集成变量,包括前次传输值和前次更新时间、测量单位以及所用图表的链接。只需单击即 可导出图表,且所有图表类型中都集成有统计汇总函数。