

[研究·设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2020.02.005

# 含运动分岔闭链的多运动模式并联机构

王艳, 许勇\*, 董飞, 张强强, 赵传森

(上海工程技术大学机械与汽车工程学院, 上海 201620)

**摘要:**为了探究变自由度可伸展机构、多轴联动多面加工机床和多步态灵活移动装置等新兴可重构装备的执行机构设计问题,课题组设计了含运动分岔闭链的多运动模式并联机构。并基于螺旋理论对分岔闭链、含分岔闭链的混联支链及并联机构的多种自由度进行研究。课题组提出了一种URRC(万向节-转动副-转动副-圆柱副)构型的运动分岔闭链,该闭链处于奇异位形时有2自由度瞬时运动,一般位形时有单自由度整体空间连续转动或单自由度平面连续运动。进一步,将URRC运动分岔闭链与5自由度RRS(转动副-转动副-球面副)开链串联,得到了一种具备5自由度和6自由度2种独立运动模式的混联支链。最终,将3条对称布置的URRC-RRS混联支链组装为运动分岔并联机构,该并联机构具有3转3移、3转2移、3转1移和2转1移4种运动模式。

**关键词:**并联机构;运动分岔;闭链;螺旋理论

中图分类号:TH112 文献标志码:A 文章编号:1005-2895(2020)02-0024-08

## Multi-Mode Parallel Mechanism with Kinematically Bifurcated Closed-Chains

WANG Yan, XU Yong\*, DONG Fei, ZHANG Qiangqiang, ZHAO Chuansen

(School of Mechanical and Automotive Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

**Abstract:** In order to investigate the actuator design problem of the stretchable mechanism for variable degrees of freedom, multi-axis linkage machine tool and gait flexible emerging reconfigurable equipment, the movement bifurcation closed chain pattern parallel mechanism was designed. Based on spiral theory, the multiple degrees of freedom of bifurcation closed chain and mixed branched chain with bifurcation closed chain and parallel mechanism were analyzed. A kind of bifurcation motion closed chain of URRC (universal joint-rotating pair-rotating pair-cylinder pair) configuration was proposed. The closed chain being in the singular configuration, there was instantaneous motion with 2 degrees of freedom, and in the general configuration, there was continuous rotation of the entire space with a single degree of freedom or continuous motion with a single degree of freedom plane. Further, the URRC bifurcation closed chain was connected to the open chain of 5 degrees of freedom RRS (rotating pair-rotating pair-spherical pair), and a hybrid branch chain with two independent motion modes of 5 degrees of freedom and 6 degrees of freedom was obtained. Finally, three symmetrically arranged URRC-RRS mixed branch chains were assembled into a motion bifurcation parallel mechanism, which has four motion modes of three rotation and three translation, three rotation and two translation, three rotation and one translation, and two rotation and one translation.

**Keywords:** parallel mechanism; bifurcation motion; closed-chain; spiral theory

运动分岔机构是指通过奇异位形前后,自由度特性(自由度数目或类型)及相应位形发生改变的机构<sup>[1]</sup>。运动分岔机构是新兴的可重构机构,可作为变

自由度可伸展机构、多轴联动多面加工装备和多步态灵活移动装置的运动执行机构,无疑具有很高的研究价值和广阔应用前景<sup>[2-3]</sup>。课题组将机构的特定自由

收稿日期:2019-07-04;修回日期:2020-01-15

第一作者简介:王艳(1995),女,安徽亳州人,硕士研究生,主要研究方向为机器人机构学。通信作者:许勇(1974),男,江苏南通人,博士,副教授,硕士研究生导师,主要研究方向为机器人机构学。E-mail:bruceyuyong@163.com

度及其相应位形称为机构的运动模式。

奇异位形是运动分岔机构不同运动模式间的瞬时转换位形<sup>[4]</sup>。通过在奇异位形中引入新的驱动副,运动分岔机构可离开瞬时奇异位形,切换为连续运动模式<sup>[5]</sup>。对运动分岔机构来说,奇异位形往往是自由度切换位形,而非需要避免的失控位置<sup>[6]</sup>。

课题组将运动分岔特性引入到并联机构中,提出了新构型的运动分岔并联机构。课题组认为,分岔机构在通过瞬时奇异位形前后自由度发生改变的根源,在于分岔机构支链中约束特性(约束螺旋数量或轴线方向)的改变,因而机构支链中必定存在着多个线性相关的约束螺旋,这通常由通过切换驱动副从而实现过约束的分岔闭链来实现<sup>[7]</sup>。所以可认为分岔机构的变自由度特性来自于分岔闭链。

目前研究者们已经提出了一些运动分岔机构:LI等提出了具有不同 schoenflies 运动分岔特性的并联机构<sup>[8]</sup>;Galletti 等提出了许多具有运动分岔特性的机构<sup>[9]</sup>;ZENG 等提出了一款 4 自由度混联分岔机构<sup>[10]</sup>;LEE 等提出一种广义运动分岔机构是运动限定 6R 机构<sup>[11]</sup><sup>58</sup>;叶伟等利用单环闭链的约束奇异特性提出一系列可重构并联机构<sup>[12-14]</sup>。

课题组提出了一种 URRC(万向节-转动副-转动副-圆柱副)构型的运动分岔闭链,具有单自由度整体空间连续转动或者单自由度平面连续运动 2 种运动模式。以此运动分岔闭链为核心单元,构建了具有 5 自由度和 6 自由度运动模式的混联支链,及具有 3 转 3 移、3 转 2 移、3 转 1 移和 2 转 1 移共 4 种运动模式的并联机构。基于螺旋理论<sup>[15]</sup>对分岔闭链、混联支链及并联机构的自由度进行了分析,验证了多运动模式分岔闭链、支链和并联机构构型设计的合理性。

## 1 运动分岔闭链自由度分析

### 1.1 运动分岔闭链奇异位形下瞬时自由度分析

课题组提出的具有运动分岔特性的闭链如图 1 所示,闭链的构型为 URRC(万向节-转动副-转动副-圆柱副)。LEE<sup>[11]</sup><sup>60</sup>所提出的运动限定 6R 机构由 2 个转动副和 2 个万向节连接的 4 杆组成,该机构可以执行平面 4 杆运动和单轴转动运动。课题组提出的闭链用圆柱副代替了 LEE<sup>[11]</sup><sup>61</sup>所述的一个万向节,可以执行平面曲柄滑块连续运动和整体空间连续转动。

机架与构件  $A_s$  在  $A$  点通过圆柱副相连,构件  $AB$  与构件  $A_s$  在  $A$  点以转动副连接,构件  $AB$  与构件  $BG$  在  $B$  点以转动副连接,机架与构件  $BG$  在  $G$  点通过万向节相连,其中构件  $BG$  长度为  $a$ ,  $AG$  长度为  $b$ ,其中

$A, B, G$  为运动副形心。

建立定坐标系  $o-xyz$  如图 1 所示。坐标原点  $o$  与初始位置  $A$  点重合,  $x$  轴沿圆柱副水平向右,  $z$  轴垂直  $ABC$  平面向外,  $y$  轴由右手法则确定。 $\$$  表示运动副螺旋,其中  $\$_{A_2}$  表示移动副的运动螺旋,  $\$_{A_1}, \$_{A_3}, \$_B, \$_{G_1}$  和  $\$_{G_2}$  表示转动副的运动螺旋。 $\$_{A_1}, \$_{A_2}$  和  $\$_{G_1}$  轴线方向相同且沿  $x$  方向;  $\$_{A_3}, \$_B$  和  $\$_{G_2}$  轴线与  $z$  轴一致;  $\$_{A_1}, \$_{A_2}$  和  $\$_{A_3}$  轴线交于  $A$  点;  $\$_{G_1}$  与  $\$_{G_2}$  轴线正交于  $G$  点。此时闭链位形处于奇异位形,该奇异位形是自由度切换运动模式的瞬时转换位形。

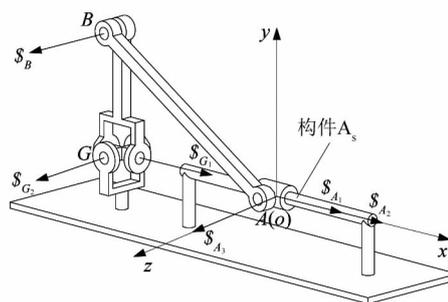


图 1 奇异位形下运动分岔闭链

Figure 1 Bifurcation motion closed chain in singular configuration

选取图 1 中构件  $A_s$  为输出构件,该输出构件右端通过支链 1(包含转动螺旋  $\$_{A_1}$  和移动螺旋  $\$_{A_2}$ ),左端通过支链 2(包含转动螺旋  $\$_{A_3}, \$_B, \$_{G_1}$  和  $\$_{G_2}$ )与机架连接。则支链 1 和支链 2 的运动螺旋分别为:

$$\left. \begin{aligned} \$_{A_1} &= (1 \ 0 \ 0, 0 \ 0 \ 0); \\ \$_{A_2} &= (0 \ 0 \ 0, 1 \ 0 \ 0)。 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \$_{A_3} &= (0 \ 0 \ 1, 0 \ 0 \ 0); \\ \$_B &= (0 \ 0 \ 1, a \ b \ 0); \\ \$_{G_1} &= (1 \ 0 \ 0, 0 \ 0 \ 0); \\ \$_{G_2} &= (0 \ 0 \ 1, 0 \ b \ 0)。 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

对式(1)和式(2)取反螺旋可得支链 1 和 2 的约束螺旋为:

$$\left. \begin{aligned} \$_{11}^r &= (0 \ 1 \ 0, 0 \ 0 \ 0); \\ \$_{12}^r &= (0 \ 0 \ 1, 0 \ 0 \ 0); \\ \$_{13}^r &= (0 \ 0 \ 0, 0 \ 1 \ 0); \\ \$_{14}^r &= (0 \ 0 \ 0, 0 \ 0 \ 1)。 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \$_{21}^r &= (0 \ 0 \ 1, 0 \ 0 \ 0); \\ \$_{22}^r &= (0 \ 0 \ 0, 0 \ 1 \ 0)。 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由(3)和式(4)可得 2 条支链的在奇异位形下的

公共约束为:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{S}_{31}^r &= (0 \ 0 \ 1, 0 \ 0 \ 0); \\ \mathcal{S}_{32}^r &= (0 \ 0 \ 0, 0 \ 1 \ 0)。 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

因此,奇异位形下的公共约束数  $\lambda = 2$ , 机构的阶数  $d = 6 - \lambda = 4$ 。奇异位形不存在并联冗余约束, 由修正的 G-K 公式可得在奇异位形下闭链瞬时自由度为:

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i + v = 4(4 - 4 - 1) + 6 + 0 = 2。 \quad (6)$$

式中:  $M$  表示机构的自由度;  $n$  表示包含机架的构件数;  $g$  表示运动副的数;  $f_i$  为第  $i$  个运动副的自由度数;  $v$  代表并联冗余约束数。

为了让机构能实现确定运动, 输入副数应和自由度数相等。由式(6)可知奇异位形下构型瞬时自由度为 2, 应尽量选取机架副为输入副, 因此选取运动螺旋  $\mathcal{S}_{G_1}$  和  $\mathcal{S}_{G_2}$  所代表的 2 个转动副作为机构的输入副。由几何关系可知, 转动副螺旋  $\mathcal{S}_B$  和  $\mathcal{S}_{G_1}$  的轴线方向始终垂直。若设  $\mathcal{S}_{G_1}$  和  $\mathcal{S}_{G_2}$  的 2 个输入副的转角分别为  $\alpha$  和  $\beta$ , 假设用线矢量  $(L_i, M_i, N_i)$  代表有向线段  $S_i$  的方向数, 则  $S_B = (0, -\sin \alpha, \cos \alpha)$ ,  $S_{G_1} = (\cos \beta, -\sin \beta, 0)$ 。又因为  $S_B$  与  $S_{G_1}$  正交, 根据矢量的点乘得:

$$S_B \cdot S_{G_1} = \sin \alpha \cdot \sin \beta = 0。 \quad (7)$$

由式(7)看出,  $\alpha = 0$  且  $\beta = 0$  时即为奇异位形;  $\alpha = 0$  或  $\beta = 0$  时为一般位形, 且  $\alpha = 0$  和  $\beta = 0$  不能同时存在。

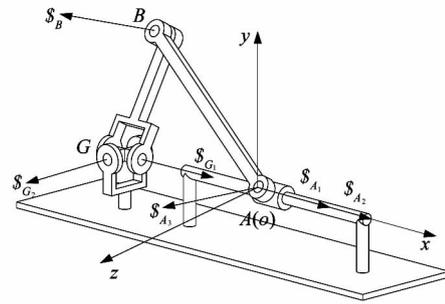
### 1.2 运动分岔闭链模式 I 自由度分析

如图 2(a) 所示, 在一般位形下, 以转动副螺旋  $\mathcal{S}_{G_1}$  为输入副时称为运动模式 I。

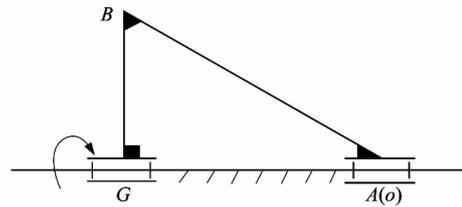
此时  $\mathcal{S}_{G_1}$  输入副的转角分别为  $\alpha$ , 则运动副螺旋变为:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{S}_{A_1} &= (1 \ 0 \ 0, 0 \ 0 \ 0); \\ \mathcal{S}_{A_2} &= (0 \ 0 \ 0, 1 \ 0 \ 0); \\ \mathcal{S}_{A_3} &= (0 \ -\sin \alpha \ \cos \alpha, 0 \ 0 \ 0); \\ \mathcal{S}_B &= (0 \ -\sin \alpha \ \cos \alpha, a \ b \cos \alpha \ b \sin \alpha); \\ \mathcal{S}_{G_1} &= (1 \ 0 \ 0, 0 \ 0 \ 0); \\ \mathcal{S}_{G_2} &= (0 \ 0 \ 1, 0 \ b \ 0)。 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

选取构件  $A_s$  为输出构件, 该输出构件右端通过支链 1 (包含转动螺旋  $\mathcal{S}_{A_1}$  和移动螺旋  $\mathcal{S}_{A_2}$ ), 左端通过支链 2 (包含转动螺旋  $\mathcal{S}_{A_3}$ ,  $\mathcal{S}_B$ ,  $\mathcal{S}_{G_1}$  和  $\mathcal{S}_{G_2}$ ) 与机架连接。



(a) 模式 I 示意图



(b) 模式 I 机构运动简图

图 2 运动分岔闭链模式 I

Figure 2 Bifurcation motion closed chain mode I

由式(8)可得支链 1 和支链 2 的约束螺旋分别为:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{S}_{11}^r &= (0 \ 1 \ 0, 0 \ 0 \ 0); \\ \mathcal{S}_{12}^r &= (0 \ 0 \ 1, 0 \ 0 \ 0); \\ \mathcal{S}_{13}^r &= (0 \ 0 \ 0, 0 \ 1 \ 0); \\ \mathcal{S}_{14}^r &= (0 \ 0 \ 0, 0 \ 0 \ 1)。 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{S}_{21}^r &= (-b \sin \alpha \ 0 \ a, 0 \ 0 \ 0); \\ \mathcal{S}_{22}^r &= (0 \ -\sin \alpha \ \cos \alpha, 0 \ b \cos \alpha \ b \sin \alpha)。 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

由式(9)和(10)可得该闭链公共约束为 0, 机构的阶  $d = 6$ 。2 条支链共有 6 个约束螺旋线性相关其秩为 5, 存在并联冗余约束  $v = 1$ 。在此位形下闭链的自由度数为:

$$M = 6(4 - 4 - 1) + 6 + 1 = 1。 \quad (11)$$

对式(14)和(15)的约束螺旋系取反螺旋可得构件  $A_s$  的运动螺旋为

$$\mathcal{S}_I = (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0)。 \quad (12)$$

由式(12)可见, 当  $\beta = 0$ ,  $\alpha$  为任意角时, 构件  $A_s$  的自由度为 1, 运动为绕  $x$  轴的连续运动。如图 2(b) 所示, 此时闭链整体被刚化称为单自由度整体空间转动连续运动模式。

### 1.3 运动分岔闭链模式 II 自由度分析

如图 3(a) 所示, 在一般位形下, 以转动副螺旋  $\mathcal{S}_{G_2}$  为输入副时称为运动模式 II。

此时  $\mathcal{S}_{G_2}$  输入副的转角为  $\beta$ , 则运动副螺旋变为:

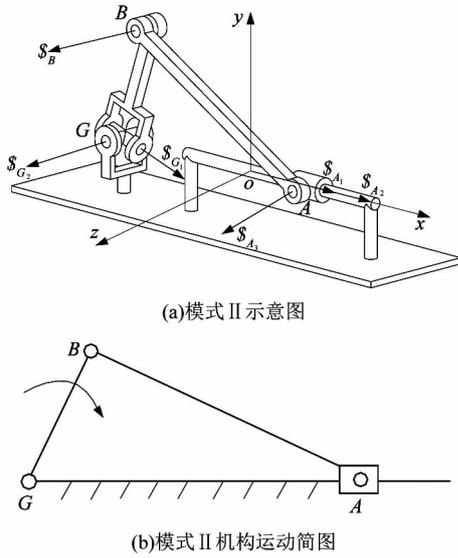


图3 运动分岔闭链模式 II

Figure 3 Bifurcation motion closed chain mode II

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{S}_{A_1} &= (1 \ 0 \ 0, 0 \ 0 \ 0); \\ \mathcal{S}_{A_2} &= (0 \ 0 \ 0, 1 \ 0 \ 0); \\ \mathcal{S}_{A_3} &= (0 \ 0 \ 1, 0 \ -x_A \ 0); \\ \mathcal{S}_B &= (0 \ 0 \ 1, a \cos \beta \ b - a \sin \beta \ 0); \\ \mathcal{S}_{G_1} &= (\cos \beta \ -\sin \beta \ 0, 0 \ 0 \ b \sin \beta); \\ \mathcal{S}_{G_2} &= (0 \ 0 \ 1, 0 \ b \ 0). \end{aligned} \right\} (13)$$

式中:  $(x_A, y_A, z_A)$  表示 A 点坐标。

选取构件  $A_s$  为输出构件, 该输出构件右端通过支链 1 ( $\mathcal{S}_{A_1}$  和  $\mathcal{S}_{A_2}$ ), 左端通过支链 2 ( $\mathcal{S}_{A_3}$ ,  $\mathcal{S}_B$ ,  $\mathcal{S}_{G_1}$  和  $\mathcal{S}_{G_2}$ ) 与机架连接。由式(13)可得支链 1 和支链 2 的约束螺旋分别为:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{S}_{11}^r &= (0 \ 1 \ 0, 0 \ 0 \ 0); \\ \mathcal{S}_{12}^r &= (0 \ 0 \ 1, 0 \ 0 \ 0); \\ \mathcal{S}_{13}^r &= (0 \ 0 \ 0, 0 \ 1 \ 0); \\ \mathcal{S}_{14}^r &= (0 \ 0 \ 0, 0 \ 0 \ 1). \end{aligned} \right\} (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{S}_{21}^r &= (0 \ 0 \ -1/\tan \beta, 1 \ 0 \ 0); \\ \mathcal{S}_{22}^r &= (0 \ 0 \ 1/b, 0 \ 1 \ 0). \end{aligned} \right\} (15)$$

由式(14)和(15)可得该闭链公共约束为 0, 机构的阶  $d=6$ 。2 条支链共有 6 个约束螺旋线性相关其秩为 5, 存在并联冗余约束  $v=1$ 。在此位形下闭链的自由度数为

$$M=6(4-4-1)+6+1=1. \quad (16)$$

对式(9)和(10)的约束螺旋系取反螺旋可得构件  $A_s$  的运动螺旋为:

$$\mathcal{S}_{II} = (0 \ 0 \ 0, 1 \ 0 \ 0). \quad (17)$$

由式(17)可见, 当  $\alpha=0, \beta$  为任意角时, 构件 a 的自由度为 1, 运动为沿  $x$  轴的平移运动。如图 3(b) 所示, 此时整个机构称为单自由度平面运动连续运动模式。

## 2 运动分岔混联支链自由度分析

将运动分岔闭链与一个开链  $RRS^{[16]}$  (转动副-转动副-球面副) 串联得到一种混联支链。该混联支链如图 4 所示, 其中  $D, E, F$  为运动副的形心, 输出构件  $AD$  与构件  $DE$  在  $D$  点通过转动副连接, 构件  $DE$  与构件  $EF$  在  $E$  点通过转动副连接, 串联开链末端球面副  $F$  与动平台相连。混联支链的固定坐标系  $o-xyz$  位置不变, 运动螺旋  $\mathcal{S}_D$  和  $\mathcal{S}_E$  为转动副且沿  $x$  方向同向, 球面副  $F$  的运动螺旋  $\mathcal{S}_{F_1}, \mathcal{S}_{F_2}$  和  $\mathcal{S}_{F_3}$  作用于  $F$  点且分别与  $x, y$  和  $z$  方向同向。

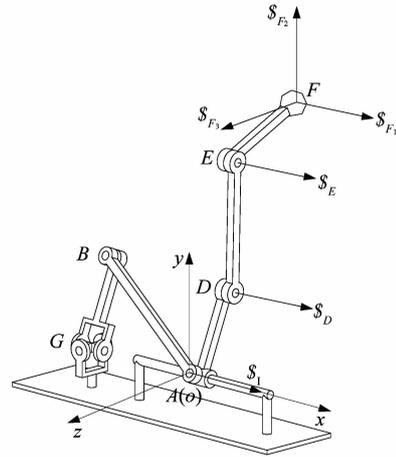


图4 混联支链 5 自由度模式

Figure 4 Five degrees of freedom model of mixed branched chains

### 2.1 混联支链 5 自由度模式

如图 4 所示当运动分岔闭链为模式 I, 混联支链自由度为 5 时, 称为 5 自由度模式。运动螺旋  $\mathcal{S}_1$  表示输出构件  $AD$  在模式 I 沿  $x$  方向的旋转运动, 则混联支链的运动螺旋为:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{S}_1 &= (1 \ 0 \ 0, 0 \ 0 \ 0); \\ \mathcal{S}_D &= (1 \ 0 \ 0, 0 \ 0 \ -y_D); \\ \mathcal{S}_E &= (1 \ 0 \ 0, 0 \ z_E \ -y_E); \\ \mathcal{S}_{F_1} &= (1 \ 0 \ 0, 0 \ z_F \ -y_F); \\ \mathcal{S}_{F_2} &= (0 \ 1 \ 0, -z_F \ 0 \ x_F); \\ \mathcal{S}_{F_3} &= (0 \ 0 \ 1, y_F \ -x_F \ 0). \end{aligned} \right\} (18)$$

对式(18)运动螺旋求其反螺旋, 可得混联支链的约束螺旋为:

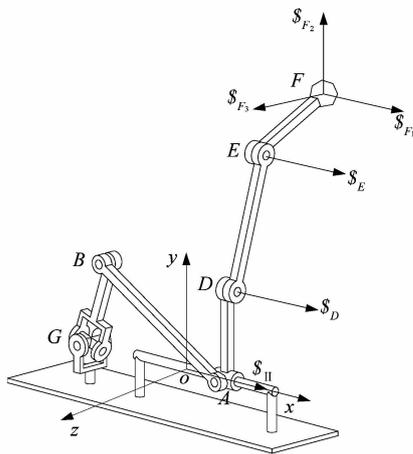


图5 混联支链6自由度模式

Figure 5 Six degrees of freedom model of mixed branched chains

$$S_{F_1}^r = (1 \ 0 \ 0, 0 \ z_F \ -y_F) \quad (19)$$

式中: \$(x\_D, y\_D, z\_D)\$ 表示 \$D\$ 点坐标; \$(x\_E, y\_E, z\_E)\$ 表示 \$E\$ 点坐标; \$(x\_F, y\_F, z\_F)\$ 表示 \$F\$ 点坐标。

如用该混联支链组装得到并联机构,由式(19)表明,模式 I 时混联支链对动平台施加一个约束力线矢,该力线矢与固定坐标系 \$x\$ 方向相同且通过球面副所在的 \$F\$ 点,此时混联支链为 5 自由度模式。

### 2.2 混联支链 6 自由度模式

如图 5 所示当运动分岔闭链为模式 II,混联支链自由度为 6 时,称为 6 自由度模式。运动螺旋 \$S\_{II}\$ 表示输出构件 \$AD\$ 在模式 II 沿 \$x\$ 方向平移运动,则混联支链的运动螺旋为:

$$\left. \begin{aligned} S_{II} &= (0 \ 0 \ 0, 1 \ 0 \ 0); \\ S_D &= (1 \ 0 \ 0, 0 \ 0 \ -y_D); \\ S_E &= (1 \ 0 \ 0, 0 \ z_E \ -y_E); \\ S_{F_1} &= (1 \ 0 \ 0, 0 \ z_F \ -y_F); \\ S_{F_2} &= (0 \ 1 \ 0, -z_F \ 0 \ x_F); \\ S_{F_3} &= (0 \ 0 \ 1, y_F \ -x_F \ 0) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

由式(20)可见,模式 II 时混联支链的运动螺旋秩为 6,则混联支链无约束作用于动平台,混联支链模式为 6 自由度模式。

### 3 运动分岔并联机构运动模式自由度分析

如图 6 所示,利用 3 条对称布置的 URRC-RRS 混联支链组装为运动分岔并联机构。混联支链的运动分岔闭链与定平台相连,混联支链的球面副与动平台相连。建立定坐标系 \$o\_0-x\_0y\_0z\_0\$ 于定平台的几何中心, \$x\_0\$ 方向与混联支链 1 的机架方向平行, \$y\_0\$ 垂直于定平

台, \$z\_0\$ 由右手定则确定。建立动坐标系 \$o\_1-x\_1y\_1z\_1\$ 在动平台的运动中心,其方向与定坐标系一致。

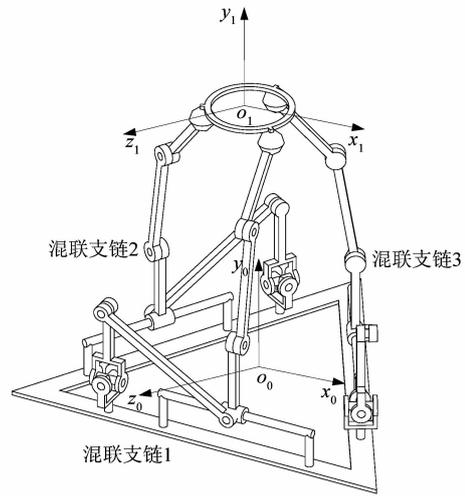


图6 运动分岔并联机构

Figure 6 Bifurcation motion parallel mechanism

#### 3.1 3 转 3 移运动模式

若并联机构的 3 条混联支链都工作在 6 自由度模式,此时将无约束作用于动平台。该运动模式下并联机构的自由度为 6,可实现图 7 所示的 3 转 3 移运动模式。

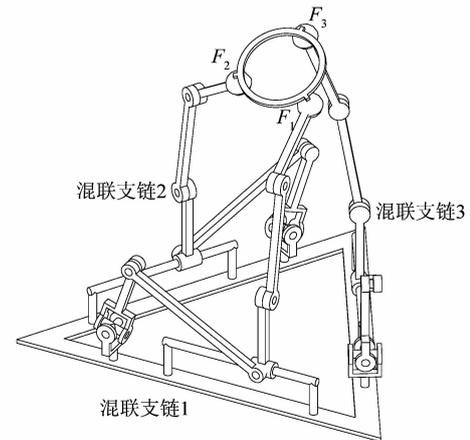


图7 机构 3 转 3 移运动模式

Figure 7 Three rotation and three translation motion mode of the mechanism

#### 3.2 3 转 2 移运动模式

如图 8(a)所示,若混联支链 1 工作在 5 自由度模式,另外 2 条混联支链工作在 6 自由度模式,此时有一个约束力线矢 \$S\_{F\_1}^r\$ 作用于动平台,其约束螺旋为

$$S_{F_1}^r = (1 \ 0 \ 0; P_1 \ Q_1 \ R_1) \quad (21)$$

式中: \$P\_1, Q\_1\$ 和 \$R\_1\$ 为常数。

由式(21)可知,该约束力线矢作用于混联支链 1 球面副  $F_1$  上且与动平台  $x_1$  正方向平行,它约束了运动平台沿  $x_1$  方向的移动。在该模式下可实现图 8(b) 3 转 2 移运动模式。

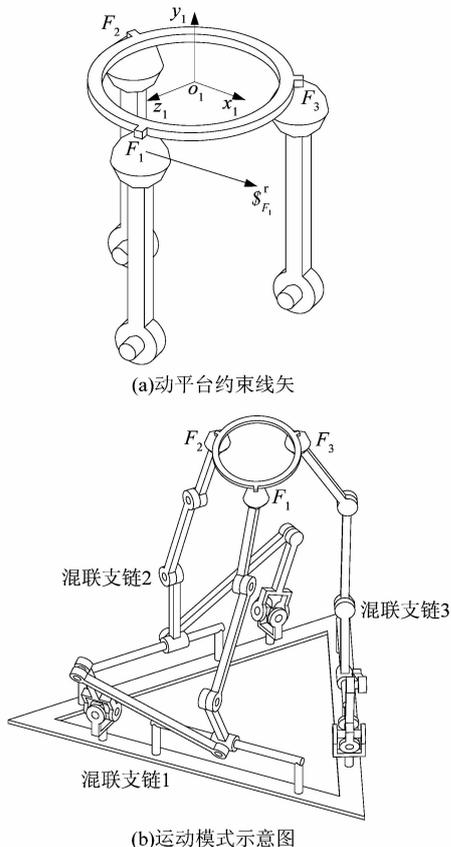


图 8 机构 3 转 2 移运动模式

Figure 8 Three rotation and two translation motion mode of the mechanism

### 3.3 3 转 1 移运动模式

如图 9(a) 所示,若混联支链 3 工作在 6 自由度模式,另外 2 条混联支链工作在 5 自由度模式,此时有  $\$F_1^r$  和  $\$F_2^r$  2 个约束力线矢作用于动平台,其约束螺旋为:

$$\left. \begin{aligned} \$F_1^r &= (1 \quad 0 \quad 0, P_1 \quad Q_1 \quad R_1); \\ \$F_2^r &= (-\frac{1}{2} \quad 0 \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, P_2 \quad Q_2 \quad R_2)。 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

式中:  $P_i, Q_i$  和  $R_i (i=1,2)$  为常数。

由式(22)和图 9(b) 可知,  $\$F_1^r$  作用于混联支链 1 球面副  $F_1$  上且与  $x_1$  方向平行,  $\$F_2^r$  作用于混联支链 2 球面副  $F_2$  上且与  $\$F_1^r$  交于一点,它们约束了运动平台沿  $x_1$  方向和  $z_1$  方向的移动。在该模式下可实现图 9(b) 3 转 1 移运动模式。

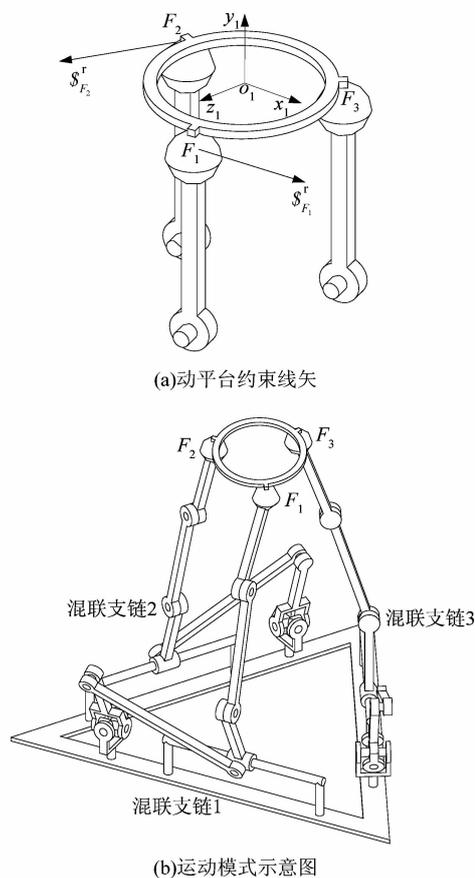


图 9 机构 3 转 1 移运动模式

Figure 9 Three rotation and one translation motion mode of mechanism

### 3.4 2 转 1 移运动模式

如图 10(a) 所示,当运动分岔并联机构的 3 条混联支链为 5 自由度模式时,此时将如图 10(b) 所示的  $\$F_1^r, \$F_2^r$  和  $\$F_3^r$  3 个约束力矢作用于动平台,3 个约束螺旋为:

$$\left. \begin{aligned} \$F_1^r &= (1 \quad 0 \quad 0, P_1 \quad Q_1 \quad R_1); \\ \$F_2^r &= (-\frac{1}{2} \quad 0 \quad \frac{\sqrt{3}}{2}, P_2 \quad Q_2 \quad R_2); \\ \$F_3^r &= (-\frac{1}{2} \quad 0 \quad -\frac{\sqrt{3}}{2}, P_3 \quad Q_3 \quad R_3)。 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式中:  $P_i, Q_i$  和  $R_i (i=1,2,3)$  为常数。

由式(23)和图 10(b) 可知,3 个约束力线矢共面、不平行也不汇交一点,它们约束了动平台沿  $x_1$  和  $z_1$  的移动及绕  $y_1$  的转动。可见在该模式下可实现 2 转 1 移运动模式。

## 4 支链输入副选取合理性分析

根据输入选取原理<sup>[17]</sup>,锁死所有输入运动副后,

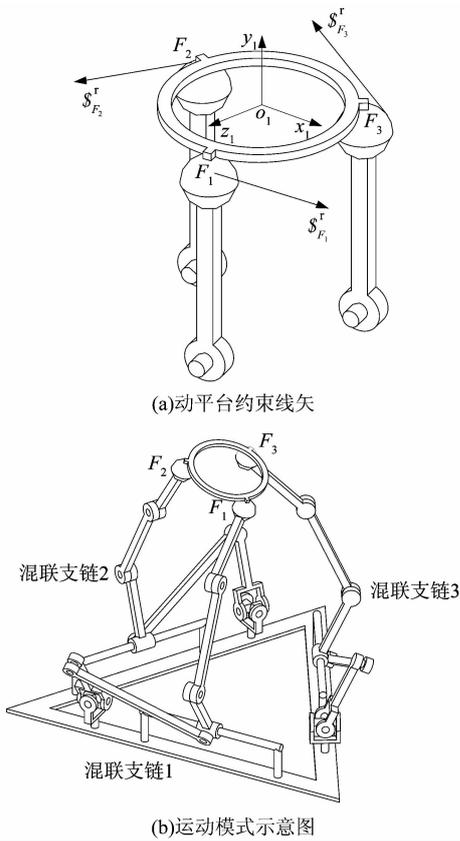


图10 机构2转1移运动模式  
Figure 10 Two rotation and one translation motion mode of mechanism

若动平台约束螺旋的秩为6,则动平台将失去全部6个自由度,选取合理。锁死奇异位形下每一支链的2个输入运动副,每一支链的机构被刚化,如将混联支链的定坐标系  $o-xyz$  平移至转动副  $D$  的形心,此时混联支链的运动螺旋为:

$$\left. \begin{aligned} S_D &= (1 \ 0 \ 0, 0 \ 0 \ 0); \\ S_E &= (1 \ 0 \ 0, 0 \ z_E \ -y_E); \\ S_{F_1} &= (1 \ 0 \ 0, 0 \ z_F \ -y_F); \\ S_{F_2} &= (0 \ 1 \ 0, -z_F \ 0 \ x_F); \\ S_{F_3} &= (0 \ 0 \ 1, y_F \ -x_F \ 0) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

对式(24)取反螺旋得混联支链的约束螺旋为:

$$\left. \begin{aligned} S_{11}^r &= (1 \ 0 \ 0, 0 \ z_F \ -y_F); \\ S_{12}^r &= (0 \ \Delta y \ \Delta z, 0 \ -x_F \Delta z \ x_F \Delta y) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

式中:  $\Delta y = y_F - y_E$ ;  $\Delta z = z_F - z_E$ 。

由式(25)可见,刚化输入副后,动平台将受到每条混联支链2个约束力线矢的作用。一个约束力线矢与定坐标系  $x$  轴平行;另一约束力矢平行于构件  $EF$ 。

在定坐标系下,并联机构的约束螺旋为:

$$\left. \begin{aligned} S_1^r &= (1 \ 0 \ 0, 0 \ d+z_F \ -y_E); \\ S_2^r &= \left(-\frac{1}{2} \ 0 \ \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}y_F}{2}, \frac{\sqrt{3}d+2z_F}{2} \ -\frac{y_F}{2}\right); \\ S_3^r &= \left(-\frac{1}{2} \ 0 \ -\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}y_F}{2}, \frac{\sqrt{3}d+2z_F}{2} \ \frac{y_F}{2}\right); \\ S_4^r &= (0 \ \Delta y \ \Delta z, -d\Delta y \ -x_F\Delta z \ x_F\Delta y); \\ S_5^r &= \left(\frac{-\sqrt{3}\Delta y}{2} \ \Delta y \ \frac{-\Delta z}{2}, \frac{\sqrt{3}\Delta y(d-x_F)}{2} \ \frac{\Delta z(d-2x_F)}{2} \ \frac{-\Delta y(d+x_F)}{2}\right); \\ S_6^r &= \left(\frac{\sqrt{3}\Delta y}{2} \ \Delta y \ \frac{-\Delta z}{2}, \frac{\sqrt{3}\Delta y(d+x_F)}{2} \ \frac{-\Delta z(d+2x_F)}{2} \ \frac{\Delta y(d-x_F)}{2}\right) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

式中:  $d$  为定平台中心  $o_0$  到等边三角形各边的距离。

由式(26)可见,在定坐标系下,动平台约束螺旋的秩为6。如输入副被刚化,并联机构的动平台将失去6个自由度,所以输入方案选取是合理的。

### 5 结论

1) 课题组提出一种构型为 URRC 运动分岔闭链,闭链具有2自由度奇异位形下的瞬时运动,一般位形下有单自由度整体空间连续转动或者单自由度平面连续运动2种互斥运动模式。

2) 将运动分岔闭链与5自由度 RRS 开链串联得到一种混联支链。该混联支链具备2种独立运动模式,输入副不同可使得混联支链在5自由度模式和6自由度模式切换。

3) 利用3条对称布置的 URRC-RRS 混联支链得到运动分岔并联机构。混联支链模式选取不同,运动分岔并联机构具有3转3移、3转2移、3转1移和2转1移4种不同运动模式。

### 参考文献:

[1] 王乃玥. 单环过约束机构的设计及运动分岔特性研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2017: 6-7.  
 [2] 王汝贵, 黄慕华, 李屹豪, 等. 一种新型六自由度可重构并联机构的设计与应用[J]. 机械设计与研究, 2018, 34(6): 47-51.  
 [3] 李爱平, 吴宇, 谢楠, 等. 特征驱动的可重构机床的设计与分析[J]. 机械设计与研究, 2010, 26(5): 114-118.  
 [4] 王玉新, 王仪明, 刘学深. 并联机构构型分岔与保持性研究[J]. 中国科学: E辑 技术科学, 2003, 33(1): 56-64.  
 [5] 李雨桐. 并联机构运动奇异性及其动态稳定性研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2010: 9-10.  
 [6] GOGU G. Branching singularities in kinematotropic parallel mechanisms[M]. Heidelberg: Springer, 2009: 341-348.  
 [7] ZENG Daxing, LU Wenjuan, HUANG Zhen. Determination of overconstraint and mobility analysis for planar mechanisms[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 2016, 230(20): 3743-3754.

(下转第37页)