[研究・设计]

DOI:10.3969/j.issn.1005-2895.2023.02.004

全约束 M 型预制袋袋口折合机构设计

王婧月,陆佳平

(江南大学 机械工程学院, 江苏 无锡 214122)

摘 要:针对现有袋口折合技术无法满足低挺度 M 型预制袋折合需求的问题,课题组设计了一种仅含转动副的袋口折 合机构。对能实现1条直线轨迹的哈特第二连杆机构进行改进,从而实现 M 型预制袋袋口折合过程的3条直线轨迹;结 合具体工程实例,对机构进行运动方案设计以及运动学数值计算和仿真模拟,并对机构运动特性进行优化。结果表明: 该机构完全能够满足 M 型预制袋的折合轨迹需求,折合率为 89.44%;经过优化后的运动规律不存在柔性或刚性冲击, 有效提高了机构的运动精度。该袋口折合机构为 M 型预制袋的折合工序提供了一种更加可靠、便捷的方法。

关 键 词:预制袋包装机;直线机构;M型预制袋;袋口折合机构;运动学分析

中图分类号:TH133.5 文献标志码:A 文章编号:1005-2895(2023)02-0022-07

Design of Folding Mechanism of Full Restraint M-Shaped Prefabricated Bag

WANG Jingyue, LU Jiaping

(School of Mechanical Engineering, Jiangnan University, Wuxi, Jiangsu 214122, China)

Abstract: Aiming at the problem that the existing bag opening folding technology cannot meet the folding requirements of low stiffness M-shaped prefabricated bags, a bag opening folding mechanism with only a rotating pair was designed. The Hart second linkage mechanism, which can realize a straight path, was improved to realize three straight paths in the folding process of the M-shaped preformed bag opening. Combined with specific engineering examples, the motion scheme design as well as kinematics numerical calculation and simulation of the mechanism were carried out, and the kinematic characteristics of the mechanism were optimized. The results show that the mechanism can fully meet the demand of the conversion track of the M-shaped preformed bag, and the conversion rate is 89. 44%; the optimized motion law has no flexible or rigid impact, which effectively improves the motion accuracy of the mechanism. The bag opening folding mechanism provides a more reliable and convenient method for the folding process of M-shaped prefabricated bags.

Keywords: prefabricated bag packaging machine; straight-line mechanism; M-shaped prefabricated bag; bag opening folding mechanism; kinematic analysis

预制袋是指由包装印刷厂根据用户的要求,预先 印刷加工成不同规格尺寸的包装袋^[1],具有平整美 观、方便快捷和形式多样的优点,是一种工业上常用的 柔性包装容器。M型预制袋是预制袋的一种,它是由 筒状薄膜经支撑板撑起四周,插边轮将薄膜侧面沿着 中线折入,使左右两侧面折成 M 字形制成的。预制袋 包装机是与 M 型预制袋相适配的一种全自动袋装机, 主要包括取袋、开袋、充填、折合和封口等 5 个主要操 作工序。目前市场上常用的自动化袋口折合技术是利 用 M 型预制袋的自身挺度用夹持装置将充填好的袋 前后面夹紧后运送至封口工序^[2]。但是由于 M 型预 制袋相对于普通圆筒平底袋多了侧面 4 个空间曲面,

收稿日期:2022-09-29;修回日期:2022-12-20

第一作者简介:王婧月(1999),女,江西赣州人,硕士研究生,主要研究方向为包装工艺与设备。E-mail:wangjingyue0602@qq. com

折合时增加了侧面的空间曲面两两对齐的要求^[3]。 若单靠前后2个空间平面的牵拉作用可能会使得折叠 线偏离预折线,造成无效折叠,所以对于 M 型预制袋 需要更加可靠的袋口折合技术。

目前已经有一些学者对此做了研究,主要基于面接触原理,将 M 型预制袋的袋口撑开后使用插边板或 折合手指迫使预折线向内折叠^{[4]1,[5]182,[6]1,[74]},适用 于宽边短、厚度大、挺度高的预制袋。但是对于宽边 长、厚度小、挺度低的 M 型预制袋,面与面间的张力将 无法保持恒定,使得这种成型机理可能无法准确地将 M 型预制袋的预折边(中线)压紧在撑袋板或折合手 指上,即折叠线无法与预折线(中线)重合,影响后续 封口的平整和密封性。为了增强 M 型预制袋袋口折 合工序的可靠性,拓宽袋口折合技术的适用范围,需要 研究更加有效的方法。

根据上述分析,结合 M 型预制袋袋口折合要求, 采用衍生哈特第二连杆机构,课题组提出了一种基于 点接触原理的全约束袋口折合机构。该机构仅含转动 副,能够将原动件的摆动同时转化为3条精确直线运 动,并对机构进行了运动学分析与优化,提高了机构的 运动精度。

1 M型预制袋袋口折合轨迹分析

基于点接触原理的全约束折合技术需要对 M 型 预制袋袋口的6个点进行约束;为了使约束后的6个 点沿着正确的轨迹运动,需要对 M 型预制袋袋口折合 轨迹进行分析。如图1(a)所示为 M 型预制袋的袋口 示意图,其中 α 为2条邻边的夹角。

袋口折合过程可以是 A_1 点(B_1 点)不动, O_1 点和 B_1 点(A_1 点)向 A_1 点(B_1 点)靠拢,最终使得 A_1O_1 边、 O_1B_1 边重合;也可以是 A_1 点、 B_1 点一起向 O_1 点靠拢, 最终也能使得 A_1O_1 边、 O_1B_1 边重合。课题组选择第 2 种折合方案,选取其中袋口上侧(O_1A_1 边, A_1A_2 边, A_2O_2 边)分析,下侧同理。以 O_1O_2 为 x 轴, A_1B_1 为 y 轴建立 直角坐标系 xOy,如图 1(b)所示。实线 $O_1A_1A_2O_2$ 为 M 型预制袋在折合过程中的任意位置, $O'_1A'_1A'_2O'_2$ 为 A_1 点向中心运动 t 时间后的位置。首先假设袋口各边在 运动过程中长度始终不变,即不发生扭曲、弯折等现 象,由折合方案的性质可知,折合过程中 O_1, O_2 点始终 在 y = 0 的直线上相对等速运动。设 $A_1O_1 = A_2O_2 = l$,







初始状态 $O_1(x_0,0)$,经过时间 $t \in O_1(x_0 + s,0)$ 。 则有 $A_1(0, \sqrt{l^2 - x_0^2})$ 和 $A'_1(x,y)$,其中 $y^2 + (x + x_0 + s)^2 = l^2$; $l_{A_1A_2} = 2(x + x_0 + s) + l_{O'_1O'_2} = 2x_0 + l_{O_1O_2}$; $l_{O'_1O'_2} = l_{O_1O_2} - 2s_0$ (1)

由式(1)可得 $x = 0, y = \sqrt{l^2 - (x_0 + s)^2}, A'_1(0, \sqrt{l^2 - (x_0 + s)^2}),$ 证明 $A_1(B_1)$ 点始终在 x = 0的直线 上运动。综上可得,要实现对 M 型预制袋袋口的全约 束,需要同时实现 O 点处 y = 0(x > 0), A 点处 x = 0(y > 0), B 点处 x = 0(y < 0)的 3 条直线轨迹。

2 哈特第二连杆机构变形

能够实现精确直线运动轨迹的机构有 Sarrus 机构, Bricard 机构, Kempe 机构, Peaucellier-Lipkin 机构和 Hart 机构等^[9-10]。其中 Hart 机构又包括 Hart's inversor(哈特第一连杆机构), Hart's A-frame(哈特第二连杆机构), 两者都能实现1条精确的直线运动轨迹。课题组从哈特第二连杆机构出发(以下简称哈特机构), 研究其衍生机构, 使其能够实现3条精确直线运动轨迹。

如图 2 所示为哈特机构的机构简图^[11],其中 θ_1 为 PE 杆和 EB 杆的夹角, θ_2 为 PF 杆和 FC 杆的夹角,其 本质上是个6 杆7 副的 Stephenson-I 型单自由度机构, 可以实现过 P 点垂直于 BC 杆的直线运动轨迹。杆长 条件为:

$$l_{AB} = a , l_{BC} = b , l_{CD} = c , l_{DA} = d ;$$

$$l_{AE} = a \cdot \frac{d^2}{b^2 - d^2} ;$$

$$l_{FD} = c \cdot \frac{d^2}{b^2 - d^2} ;$$

$$l_{PE} = c \cdot \frac{bd}{b^2 - d^2} ;$$
(2)





图 2 哈特第二连杆机构 Figure 2 Hart's A-frame

此外,机构还包含 $\Delta PBC \sim \Delta PDA$ 的性质,易证明 $\Delta PEB \sim \Delta DFP$,则 $\theta_1 = \theta_2 = \theta_0$,从式(2)可以看出只要 规定了 a, b, c 和 d 的大小,便可以确定整个直线机构。 为了实现 2 条相互垂直的直线运动轨迹,引入了直角 三角形的性质。如图 3(a)所示的直角三角形 ABO,斜 边上的中线长度 l_{co} 等于斜边长度 l_{AB} 的一半。当 l_{AB} 一 定时,改变 l_{AO} 的长度,可以得到一系列对应的 A 点 $(x_{Ai} = 0)$ 、B点 $(y_{Bi} = 0)$ 和 C点的坐标;其中 B点的运 动轨迹 y = 0可以转化为衍生哈特机构的第 2 条直线 运动轨迹;如图 3(b)所示,将 PE 杆延长交 x 轴于点 G,并对原哈特机构增加杆长约束,使得:

$$\left. \begin{array}{c}
PB \perp BC; \\
l_{PE} = l_{EB} \circ \end{array} \right\}$$
(3)

将式(3)代入式(2),得:

$$l_{PC}^{2} = l_{PF}^{2} + l_{FC}^{2} - 2l_{PF} \cdot l_{FC}\cos\theta = l_{PB}^{2} + l_{BC}^{2};$$

 $l_{PB} = 2l_{PE}\sin(\frac{\theta}{2});$
 $l_{FC} = l_{FD} + l_{CD};$
 $c \cdot \frac{bd}{b^{2} - d^{2}} = a \cdot \frac{d^{2}}{b^{2} - d^{2}} + a_{\circ}$

$$(4)$$

求得 c = b, a = d。若以 FC 作为原动件, G 点、P 点为分析点则可得到 2 条互相垂直的直线轨迹。为了 得到 P 点关于 x 轴的对称点 P', 对哈特衍生机构再次 变形, 增加 GP'杆以及 BE'杆, 并使得 GP = GP', BE = BE', 得到如图 3(c) 所示哈特衍生机构。其自由度为 $F = 3n - 2p_1 - p_h = 3 \times 7 - 2 \times 10 = 1$, 其中 n 为活动构 件数, p_1 为低副约束数, p_h 为高副约束数, 能够将杆 FC 的摆动同时转化为 P 点、P'点沿 y 轴方向相向而行 以及 G 点沿 x 轴方向移动的 3 条精确直线运动。



为了计算方便,使 $l_{PF} = l$,比例系数为k = a/c(0 < c)

(9)

k < 1),各杆尺寸为:

$$l_{PE} = l;$$

$$l_{PG} = \frac{2}{k} \cdot l = 2l_{EB};$$

$$l_{BC} = \frac{1 - k^{2}}{k^{2}} \cdot l;$$

$$l_{FC} = \frac{1}{k^{2}} \cdot l;$$

$$l_{AD} = \frac{1 - k^{2}}{k} \cdot l_{\circ}$$

$$(5)$$

3 运动学分析

3.1 关键点位移分析

对 M 型预制袋袋口折合机构进行运动学分析,以 机架 B 点的位置为坐标原点,机架 BC 为 x 轴建立直 角坐标系 xOy,如图 4 所示。





$$BA + AD = BC + CD; \qquad (6)$$

$$BE + EP = BC + CF + FP_{\circ}$$
(7)

展开得:

$$l_{AB} e^{i\theta_2} + l_{AD} e^{i\theta_3} = l_{BC} + l_{CD} e^{i\theta_1}; l_{BE} e^{i\theta_2} + l_{EP} e^{i\theta_4} = l_{BC} + l_{CF} e^{i\theta_1} + l_{PF} e^{i\theta_3}$$
(8)

用欧拉公式将实部虚部分离得:

$$l_{AB}\cos \theta_{2} + l_{AD}\cos \theta_{3} = l_{BC} + l_{CD}\cos \theta_{1};$$

$$l_{AB}\sin \theta_{2} + l_{AD}\sin \theta_{3} = l_{CD}\sin \theta_{1};$$

$$l_{BE}\cos \theta_{2} + l_{EP}\cos \theta_{4} = l_{BC} + l_{CF}\cos \theta_{1} + l_{PF}\cos \theta_{5};$$

$$l_{BE}\sin \theta_{2} + l_{EP}\sin \theta_{4} = l_{CF}\sin \theta_{1} + l_{PF}\sin \theta_{5}\circ$$

将式(5)代入式(9)得:

$$\theta_2 = \cos^{-1} \left(\frac{1 + \cos \theta_1 - a}{2k} \right);$$
 (10)

$$\theta_3 = \cos^{-1} \left(\frac{1 + \cos \theta_1 + a}{2k} \right); \tag{11}$$

$$\theta_4 = \cos^{-1} \left(\frac{-1 - \cos \theta_1 + a}{2k} \right);$$
(12)

$$\theta_5 = \cos^{-1} \left(\frac{k^2 - \cos \theta_1 + a}{k^2} \right);$$
(13)

$$a = \sqrt{(2k^2 - \cos \theta_1 - 1)(1 - \cos \theta_1)}, \quad (14)$$

由几何关系易得 *P* 点的坐标:

$$x_{P} = l_{BC} + l_{CF} \cos \theta_{1} + l_{PF} \cos \theta_{5};$$

$$y_{P} = l_{CF} \sin \theta_{1} + l_{FC} \sin \theta_{5,0}$$
(15)

将式(13)代入式(15)得到:

$$x_{P} = 0;$$

$$y_{P} = \frac{\sin \theta_{1} + \sqrt{2k^{2} + (2k^{2} - 2)\cos \theta_{1} - \cos^{2} \theta_{1} - 1}}{k^{2}} l_{PF} \circ$$
(16)

说明 P 点的运动轨迹为 x = 0(y > 0);根据上文所 述直角三角形的性质,得 G 点的运动轨迹为 y = 0(x < 0),P'的运动轨迹为 x = 0(y < 0),完全满足 M 型预制 袋袋口折合轨迹要求。

3.2 机构奇异性分析

理论上,希望 M 型预制袋袋口 A_1O_1 与 $O_1B_1(A_2O_2$ 与 O_2B_2)的夹角 α 在[0°,180°]区间变化,其中 2 个极限位置 $\alpha = 0$ °和 $\alpha = 180$ °在折合机构上分别反映为图 5 中的虚线位置以及粗实线位置,其中 δ 为原动件 FC 杆与机架 BC 的夹角。

实际上,连杆机构可能存在死点位置,当机构到达 这种位置时,会出现瞬时失控或锁死的现象。而本研 究所涉及的 M 型预制袋的折合运动应当是连续进行 的,因此这种死点位置是要尽量避免的。利用文献 [12]所提到的等效四杆机构进行奇异性问题分析的



图 5 折合机构运动范围 Figure 5 Range of motion of folding mechanism

方法对八连杆折合机构进行探究。将杆 1,4,3 和杆 2 选为等效四杆机构,相邻两杆之间的瞬心分别为 P_{14} , P_{34} , P_{23} 和 P_{12} 。当等效四杆机构的被动关节 P_{34} , P_{23} 和 P_{12} 处于同一直线上时,该机构处于死点位置($\delta = 0^\circ$)。

另外,当 α =180°时机构有多杆重合,在进行机械 设计时构件之间容易发生干涉,因此也避免出现 δ = δ_{max} 的位置,根据几何关系有:

$$\delta_{\max} = 2\tan^{-1} \left(\frac{l_{AB}}{l_{BC}} \right); \qquad (17)$$

$$\alpha = 2 \times \left[\pi - \cos^{-1}\left(\frac{1 - \cos \delta - a}{2k}\right) \right]_{\circ}$$
(18)

由式(17)得 $\delta_{\max} = 2 \tan^{-1} k$,因此 δ 的取值范围为(0,2 \tan^{-1} k)。

4 折合机构设计实例

4.1 折合机构三维建模

为设计 M 型预制袋袋口折合机构,需要确定袋口 折边尺寸,初选折边尺寸为 100 mm(A_1O_1 边),即 l_{PG} 和 l_{PC} 均为 100 mm。考虑到加工的精度,取 k = 0.5, 则 $l_{PF} = l = 25$ mm。得到各构件杆长,如表 1 所示。

表1 M型预制袋袋口折合机构各杆尺寸

Table 1Dimension of each rod of M-shapedprefabricated bag opening folding mechanism

| l_{PF} | l_{EB} | $l_{E'B}$ | l_{BC} | l_{FC} | l_{AD} | l_{PG} | $l_{P'G}$ |
|----------|----------|-----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| 25.0 | 50.0 | 50.0 | 75.0 | 100.0 | 37.5 | 100.0 | 100.0 |

在 SolidWorks 软件中按照表 1 所示的参数建立 M

型预制袋袋口折合机构的三维模型,如图 6 所示。将 k = 0.5代入式(17),得 δ 的取值范围是(0°,53.13°), 取 $\delta_{min} = 3.000°, \delta_{max} = 51.030°, 代入式(18), 得 \alpha_{min} = 9.002°, \alpha_{max} = 169.999°, 则折合机构对 M 型预制袋的$ 折合程度为:

$$\gamma = \frac{\alpha_{\text{max}} - \alpha_{\text{min}}}{\pi} \times 100\% = 89.44\% \, (19)$$

图 6 M 型预制袋袋口折合机构 Figure 6 M-shaped prefabricated bag folding mechanism

在实际作业时,M型预制袋两侧应对称布置2个 袋口折合机构。以单边机构为例,其工作过程为:在初 始位置折合机构 δ =19.01°,折合装置上的3个开合式 气动手指处于张开的状态,M型预制袋被运送至充填 工位后,3个开合式气动手指同时关闭,带动安装在其 上的薄夹板将 M型预制袋袋口的3点夹住;随后发动 机带动机构运动使袋口撑开至 δ =51.03°,此时袋口 邻边的角度 α_{max} =169.999°,进行物料的充填;充填完 成后,发动机反向带动机构运动使袋口折合至 δ = 3.000°,此时袋口邻边的角度 α_{max} =9.002°,气动手指 再次张开使 M型预制袋脱离;位于 M型预制袋前后两 侧的夹持机构随即夹紧袋口并将其转至封口工位,发 动机再次带动机构运动使袋口撑开至初始位置,结束 一个循环。

将工作进程总结如表2所示。

将本研究所设计的袋口折合机构与文献[3-7]中 的袋口折合机构进行对比,从机构的工作行程可以看 出,全约束袋口折合机构不需要在折合袋口前利用撑 袋机构将 M 型预制袋撑开,仅通过发动机的正反向运 动即可实现撑袋和折袋的动作,减了机构的占用空间。

表2 M型预制袋袋口折合机构工作进程

| bag folding mechanism | | | | | | | |
|-----------------------|----------|---------------|--|--|--|--|--|
| 工作过程 | 持续时间 t/s | 角度 δ/(°) | | | | | |
| 夹袋 | 0.5 | 19.01 | | | | | |
| 撑袋 | 2.0 | 19.01 ~ 51.03 | | | | | |
| 充填 | 5.0 | 51.03 | | | | | |
| 折袋 | 3.0 | 51.03 ~ 3.00 | | | | | |
| 脱袋 | 0.5 | 3.00 | | | | | |
| 折回 | 1.0 | 3.00 ~ 19.01 | | | | | |

 Table 2
 Working process of M-shaped prefabricated

4.2 折合机构运动学仿真分析

借助 SolidWorks 中的 Motion 插件对折合机构模 型进行运动算例仿真分析,对 FC 杆添加旋转马达,获 得 3 个夹板在对称面的尖点处的运动轨迹,如图 7 所 示。再次验证此机构能够实现 3 条精确的直线运动 轨迹。



图 7 M型预制袋袋口折合机构运动轨迹 Figure 7 Motion path of M-shaped prefabricated bag folding mechanism

同样可以获得 P 点在 y 轴方向的运动规律如图 8 所示。从图中可以看出在充填时间段(2.5~7.5 s), y_P达到最大值 99.62 mm;在折袋时间段(7.5~10.5 s),y_P最小值为 7.85 mm;且 1 个周期后,机构回到初 始位置,符合设计要求。用相同的杆长和运动输入参 数,运用 MATLAB 数据分析软件编程,进行数值计算, 得到的数值计算结果与仿真模拟相对比,二者基本吻 合,验证了模型的准确性。

从图 8 可以看出,在 t 为 0.5,7.5,10.5,11.0 s 时,速度存在突变,此时加速度趋近于无穷大,导致惯 性力大造成刚性冲击;在 t = 2.5 s 时,加速度存在有限 突变,惯性力也有突变引起柔性冲击。这 2 种冲击会





严重影响机构的运动精度和使用寿命,降低 M 型预制 袋袋口的折合可靠度,因此有必要改善机构的运动特 性。选取没有刚性和柔性冲击的正弦加速度曲线作为 改进运动规律,得到优化后的 P 点位移满足:

$$y_{P} = \begin{cases} y_{1}, 0.0 \ s \leqslant t < 0.5 \ s; \\ y_{2} \ \frac{(t-0.5)}{2} + \frac{y_{2}}{2\pi} \sin \pi(t-0.5) + y_{1}, 0.5 \ s \leqslant t < 2.5 \ s; \\ y_{3}, 2.5 \ s \leqslant t < 7.5 \ s; \\ y_{4} \ \frac{(7.5-t)}{3} - \frac{y_{4}}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{3}(t-7.5) + y_{3}, 7.5 \ s \leqslant t < 10.5 \ s; \\ y_{5}, 10.5 \ s \leqslant t < 11.0 \ s; \\ y_{2}(t-11.0) + \frac{y_{2}}{2\pi} \sin 2\pi(t-11.0) + y_{5}, 11.0 \ s \leqslant t < 12.0 \ s_{\circ} \end{cases}$$

$$(20)$$

其中: $y_1 = 0.048 \ 16 \ m, y_2 = 0.051 \ 46 \ m, y_3 = 0.099 \ 62$

 $m, y_4 = 0.091 77 m, y_5 = 0.007 84 m_{\circ}$

优化后的 P 点运动规律曲线如图 9 所示;根据式 (16)反推 FC 杆角位移 δ 的变化曲线如图 10 所示。 可见整个运动过程速度和加速度平滑连续无突变,不 存在柔性或刚性冲击,这表明优化后,机构运行更加平 稳,有效提高了机构的运动精度。



图9 优化后的P点运动规律曲线



Figure 9 Optimized *P*-point motion law curve





5 结语

根据 M 型预制袋袋口折合要求,提出了一种基于 点约束的全约束单自由度 M 型预制袋袋口折合机构。 在实际作业时,只需要分别在 M 型预制袋两侧设置折 合机构即可完全符合 M 型预制袋袋口 6 点的折合轨 迹,折合率达 89.44%。

以哈特第二连杆机构为基础,研究其衍生机构,使 其能够在无滑块的作用下实现3条精确的直线运动轨 迹,并利用等效四杆机构的方法对其进行了奇异性分 析,为 M 型预制袋袋口折合机构的设计提供了思路, 也为其他类似应用场合提供了有效的方法。

建立了机构的运动学模型,同时借助仿真模拟和 数值计算的方法获得折合点的运动规律曲线,验证了 模型的准确性。针对曲线中显示的柔性和刚性冲击的 问题对运动规律进行了优化,结果表明整个运动过程 速度和加速度平滑连续无突变,不存在柔性或刚性冲 击,有效提高了机构的运动精度。

参考文献:

- [1] 窦翔. 塑料包装印刷技术问答[J]. 今日印刷, 1995(1):21.
- [2] 陈留记,王志山,李文凯,等. 给袋式自动挂面包装机关键装置设计[J]. 包装工程,2018,39(13):170-175.
- [3] 邓援超,刘放.包装袋 M 边成型过程曲面研究[J].湖北工业大学 学报,2016,8(31):1-4.
- [4] LINK E A. Bag folding machine:US2016075098[P].2016-03-17.
- [5] 徐雪萌,陈留记,王志山,等.M 袋自动挂面包装机关键装置设计 与仿真[J].包装工程,2019,40(21):199-204.
- [6] 魏晓霞,高尊冉,王宏亮,等.一种通用型 M 形袋口完全撑开并复原的装袋机:CN212099547U[P].2020-12-08.
- [7] 蔡松华.全自动编织袋包装机的研发[J].福建轻纺,2019(5):44-50.
- [8] FAN K S. Folding mechanism for a bag knitting apparatus: US5957823[P].1999-09-28.
- [9] 畅博彦,李文启,金国光,等. 精确直线可展机构及其动力学分析
 [J].中国机械工程,2018,29(11):1303-1309.
- [10] 程寿国,陈虎威,吕清涛.含橡胶连杆的曲柄滑块机构非线性动 力学研究[J].机电工程,2020,37(6):607-613.
- [11] HARRY H. On some cases of parallel motion [J]. Proceedings of the London Mathematical Society, 1876(1):288 - 289.
- WANG J, TING K L, ZHAO D X. Equivalent linkages and dead center positions of planar single-degree-of-freedom complex linkages
 J. Journal of Mechanisms and Robotics, 2015, 7(4):044501.